Biblioteca Bardi-Serzelli
n p c m
Giannalisa Feltrinelli
LJS
BIBLIOTHECA SCHOENBERGENSIS
232
SCHOENBERG DATABASE OF MANUSCRIPTS
LJS

Marchiono de marchioni scrisse questo libro

Il carduino di marchesin scrive questo libro

·A·

Benedetto Varchi à Luca Martini

Quanto io desidero più di giovare ad altrui, et compiacer agli amici, et à voi
massimamente, al quale io per antichissima, et singular amicitia, ò, più tosto fratellanza d
ure, non posso mai, ne debbo mancar in cosa, alcuna che per me si possa tanto è,
stato maggior il dispiacere, che l'ultime lettere vostre m'hanno arrecato, ricercà=
domi, di cosa la quale io veramente volentieri, ma solo spero ch'io (per esser oltrà=
modo, occupato, et cose da non doversi lasciar in dietro) non posso, ne così tosto
mandarvi, ne così pienamente, come voi desiderate, Et io di certo vorrei, pur
ma sola, che conoscendo la buona natura, Et il desiderato giuditio vostro,
Et quanto amate più l'altrui che le vostre comodità proprie, son certo, ch'har=
rete voi per contento, Et non per iscusato, se compiacendovi in parte, farò in modo
che starete sodisfatto poco meno, che del tutto. Voi mi scriveste d'haver in=
teso, che noi giuochiamo ogni giorno dopo mangiare à quel giuocho nuovo che
ritrovando Cosimo Rucellai, per le vie mane non ha molto tempo, Et che
non solamente à voi, è venuta voglia grandissima di saperlo, giucar, ma che
ancora il Tribolo, il Lasagnino, il Bronzino, Et molti altri ingegnosissimi vostri
Et miei amici, se ne struggono, Et ne sono iti dietro per vederlo, Et
far pruova d'impararlo, ma che per non havere notitia delle proportioni,
Et, medietà, nelle quali (come ben pensate) consiste tutta la forza del
giuoco, non è mai venuto fatto ad alcuno di voi di poterlo ritrovare, la onde
mi pregate strettissimamente in nome vostro, Et di tutti loro, che voglia quanto
prima non solamente scrivervi minutissimamente, Et con più agevol modo che sappi=
a, tutte le proportioni, Et medietà, ma dirvi ancora l'origine, Et il ri=
trovatore, Et il nome, Et l'utilità di esso giuoco.

Et dichiarandomi, particolarmente lo scacchiere, Et li scacchi a uno à
uno, darmi le regole puntalmente del porgli del mouergli, del piglia=
rgli, del guardargli, Et finalmente insegnarmi, dal principio alla
fine, ogni cosa quantunque minima, Et agieuole aggiugnendo, Et replica=
do, piu uolte, che nõ mi paia fatica il distendermi à lungo Et che dico,
nõ solamente uoi tutti, Et gli amici nostri men haranno obligo eterno,
ma, etiam dio moltissimi altri, che lo disiderano, Et l'aspettano, cõ festa ma=
rauigliosa, Et sopratutto Carlo Strozzi, alle quali tutte cose breuem=
ente, rispondendoui, dico, che egli è uero che noi giuochiamo qui in casa
spesso, Et quasi ogni giorno, di modo, che M. Albertaccio, M. Ugoli=
no, che sapete quanto hanno in odio ordinariamente, Et in abbomina=
tione gl'altri giuochi quasi non si fanno di questa professione apertissima Et,
ci sono dentro come uoi diceste Dar, ne mi marauiglio io punto, s'uoi,
Et cotesti, altri de quali mi scriuete, disiderano di saperlo, per cioche
sono, fiorentini, Et questo giuoco (s'io non m'inganno, è non meno ingegnoso
Et bello che utile, Et dilettevole, passate quelle prime difficultà, che noi
ueggiamo, esser ne principii, quasi da se le cose, Et in somma a me
pare, egli degno per la cognitione delle cose che à lui, si richieggono,
di qualunche spirito nobile, Et ritrouato propriamente per li giouā=
ni, di alquanto piu alto, Et piu eleuato ingegno dell'ordinario. Che
uoi non habbiate potuto ritrouar lo giuditio, auenuto piu tosto dall'es=
seruene, uoi diffidati, Et per questo non usatoui la douuta diligenza,
che da altro, ancorche senza la scienza delle proportioni, Et proporti=

ontinuità, era nō solo difficile, ma impossibile i particularle, et queste ui har=
ebbero, potuto insegnare con assai minor fatica, et assai meglio di me oltra
Fra Giuliano del Carmine, et do Maestro Ant.° degl'Alberti, Papi
Tedaldi, et molti altri. Ma pur ui è piaciuto altramente, io per contentar=
ui in parte, ho raccolto di diversi scrittori, et mass.te di Euclide, et di
Boetio, et ridotto in rime con quel modo, et ordine, che in si breve tempo,
Et fra tante maggiori occupationi, et impedimenti, ho saputo, et potu=
to, piu agevole, et migliore, tutto quello, che mi è parso necess.o à intender,
particularmente, tutti i generi, et tutte le spetie delle propor.ni, et prop=
ortionalità, riserbandomi, à doverne parlar, trattar piu ampiamente
Et piu sottilmente, qn che sia l'altre cose di che voi mi ricercate, nō ui mā=
do, si per nō esser cosi brevi, come per aventura pensate, et io nō haver
tempo hora come u'ho detto, et si perche giudico, che nō pur il u.ro, ma
qualunche, mezano ingegno, solo che voglia, le ritrouerra per se stesso, medi=
ante, q.o trattato, et quelle regole, c'havete voi, assai facilmente, Et se pure
le volete, in ogni modo, vedete di trouar, o voi, ò Carlo da parte mia Cosi=
mo Rucellai, col quale ne parlai già lungamente piu volte nel Horto
suo, et credo, se ben mi ricorda, ne scrivesse no so che, et egli se glie qui,
Cosimo, che molt'ero, et ch'io penso, et disidero, che sia, ò, vele dirà à
mente, tutte, ò, vele darà in scritto, come piu comodamente ui tornera, et
io, di q.o che ui mando, nō voglio altro obligo, ne da voi ne da altri, se nō ch'
mi perdoniate di quello nō ho potuto far, et mi scusiate di quanto ho fatto,
per, ch'io so bene che, oltra molte altre cose, che si potrebbono dire, ò

quelli, che sono punto esercitati nelle matematiche queste parranno cose
agevoliss. (come in verità sono) et per q° le giudicaranno forse essere, st=
ate, dette, ò troppo particolar[te] et molto per avventura nō necessarie,
nō si ricordando, che nō sono fatte per essi, che la intendono, ma per quelli,
che nō sanno, à i quali nō si può dir tanto, ne si agevolmente che nō pa=
ia, loro, et poco, et difficile, ma à me basterà havervi sodisfatto ī qualche
parte, alle domāde vostre, et à voi, perche io l'ho scritto familiar[te] et
con quei vocaboli, co i quali noi favelliamo, servendomi delle voci lati=
ne, dove nō ho havute, ò sapute trovar delle nre, ma per non far più
lunga questa diceria vi prego (nō havendo havuto agio à pena di scri=
verle, nō che di rivederle, ò mostrarle ad alc°) che inanzi vene vogli=
ate servire, le diate à uno de tre miei car[mi] et hon[di] compari, che
le corregga, à i quali similmente potrete ricorrere, se in esse, ò nel g=
iuoco, vi nascerà dubbio alc°, ~~fate far un paio di scacchi~~ (come suole
accader, et poi volendole pure comunicare cogli amici, ò, per miei il
che, nō vorrei, ò (come mi piacerebbe più) senza nome, ò titolo alc°,
fate far un paio di scacchi cō qualche bizarro disegno del Tasso
dipinti co colori di Bronzino, et mandateli cō essi à Roma à M.
Nic[lo] Alamanni, che sapete di quanto semo tenuti al virtuosiss.
et cortesiss° Padre suo, et a lui per amor di Benvenuto, et egline
farà parte à M. Arcadelte nro, et al Bettino, state sano, et ra=
ccomandatemi al Maestro delle poste al Corteccia à M. Co=
simo et Giorgio Bartoli, al Di Padova l'ultimo giorno di Dicēbr,

M·D·XXXVIIII

ancora tutte l'altre cose d'un medesimo genere fra le quali possa cader com-
paratione, come tempi, moti, pesi, voci, suoni, et cose simiglianti, ho detto
d'un medesimo genere, per che tra cose di diversi generi, nō cade comparat-
ione, et per conseguente non vi è proportione, et non solamente nō cade com-
paratione, tra le cose di diversi generi, come i numeri, che sono quantità di-
screta, et le voci, over suoni, che sono qualità, ma ne ancora tra generi re-
moti, parlando propriamente, perche tra le linee, o superficie, o, corpi che
sono quantità continua, et i numeri, che sono quantità discreta non cade
propriamente, cōparatione, perche se bene uno stilo si chiama acuto et
uno ingegno acuto, et una voce acuta, nō si fa però cōparatione tra queste cose,
nella acutezza, nè tra le voci ancora, et il mele si fa propriamēte cōparat-
ione, se bene l'uno et l'altro di loro si chiama dolce, molte altre cose anco-
ra si chiamano dolci, come si vede nel Petrarca sonetto, Dolci ire, dolci
sdegni, et dolci paci, ne però cade tra loro veramente similitudine, o, pr-
oportione, et Homero disse, che dalla bocca di Nestore stillava un par-
lare piu dolce che il mele, et in somma la proportione si truova propriamente
nella quātità, et propria è quella, che è in essere equalità, et inequalità, et
qui si truova, et si dice nell'altre cose che nō sono quātità, si truova
et si dice, in quanto quelle tali cose hanno similitudine, et sembianze con
essa quantità. Parte aliquota, o vero multiplicativa si chiama quella
la quale presa alcune volte, o vero multiplicata per alcuno numero fa il
suo tutto à punto, come il 2 è parte aliquota del sei, per che preso tre
volte, o, multiplicato per tre fa sei à punto, che è il suo tutto, et cosi dell'

altre, il. 7. nõ hã parte aliquota, nel, u, et simili, perche nõ hãno par-
te, alcũa che gli multiplichi, come ã el 1, o, 5, et 2, o 4 et. 3, ch fano. 7. me-
scolate, et nõ multiplicate si chiamano parti nõ aliquote, o, aggregatiue, le
quali nõ sono propriamẽte parti, come l'aliquote

N umero quadrato è quello il quale è multiplicato da due numeri equali. come
. 4. da due 2. et. 9. da treie 3 et 16. da quattro, 4. et cosi. 25. 36. 49. o, uera-
mẽte, il che è il medesimo, numero quadrato è quello il quale è prodotto da-
lla multiplicatione d'alcũo numero in se stesso, come 4. il quale è prodotto
dalla multiplicatione di 2. in se medesimo

N umero, cubico, il quale nasce dalla radice d'un quadrato è quello il quale
si genera dalla multiplicatione doppia d'alcũ numero in se stesso, o,
dalla multiplicatione sua semplice come, due uolte. 2. due uolte fano
fano, 8. o, ueramente due uia 2. 4. et due uia. 4. 8 il qle nro 8, è, cub-
ico, et due è, la sua radice.

N umeri primi, et in cõposti si chiamano quelli, iquali nõ hano alcũa parte
che gli misuri o, multiplichi se nõ l'unità, dalla quale sono generati tu-
tti, i numeri, come, 3. 5. 7. 11. 13. 19. 23. 29. 31. 37.

Q uando una quãtità si compara. et agguaglia con unaltra. elle saranno
di necessità, o, misurabili, o, inmisurabili, se sarãno inmisurabili
ne, nascie tra loro una proportione, che si chiama irrationale, se misur-
abili, ne nasce una proportione, che si chiama rationale

D ella proportione irrationabile, la quale nõ si truoua ne numeri, ma
solamente nella quãtità, cõtinoua, come qlla, che è tra'l Diometro,

et la costa del medesimo quadrato, che si chiama mezza doppia, o vero metà della doppia no accade trattar in q(ue)sto trattato,

Parlando dunq(ue) delle quantità misurabili, le quali si chiamano ancora, comunicanti, et rationali, dico che ciascuna di se comparata, et aggua gliata a un'altra è di necessità o eguale, o, in eguale a q(ue)lla, a chi si compara.

Quella è eguale, cioè, che no sia ne maggior, ne minor, come nella quātità discreta 10 a 10 et nella cōtinoua un braccio a un braccio, o, un piede a un piede. quel tal rispetto q(ue)lla tale habitudine, et convenienza, che è tra l'una quantità, et l'altra, come tra 8 et 8 o, come tra una Canna, et 1 cana si chiama proportione d'egualità.

La proportione d'egualità no si divide in altre parti o, spetie perchè una, quantità no può esser eguale a un'altra se no in un modo, et di q(ue)sta no si ha a p(ar)lar più.

Quella è in eguale cioè, o, maggior, o minor, come nella quātità discreta, 20 a 10 et a tutti i numeri che sono sotto il 20, et nella quantità cōtinoua una Canna alle tre braccia alle 2 et all'uno, et per il cōtrario un braccio a passetto alle tre braccia, et alla cana, o, tutti i numeri che sono sotto 20 al 20 quella tal cōvenienza habitudine, et rispetto si chiama proportione di inegualità, onde Proportione no è altro, che un certo et determinato rispetto, una certa, et determinata habitudine, et cōvenienza, o, vero cōpa=

minore, di due quantità de un medesimo genere cóparate l'una à l'altra,

Questo, rispetto, et habitudine, ò, vero conuenienza, et cóparatione il quale è fra due quantità cóparate l'una à l'altra et si chiama proportione, si truoua, principalmente ne i numeri cósiderati absolutamète, et come numeri, et chiamasi proportione Aritmetica, ò, vero si truoua tra i numeri nó cósiderati, semplicemente come numeri, ma come numeri sonori cioè atti à produr armonia, et chiamasi proportione armonica, ò, si truoua tra le magnitudini cioè nella quantità cótinoua come linee superficie, et corpi separati et astratti dal numero, et dalla materia, et chiamasi proportione Geometrica, Ma, per che tutte le proportioni, che si truouono in essi numeri, si truouono anco nelle magnitudini, et per il cótrario molte se ne truouano nella quantità cótinoua, che nó sono ne numeri, però par che la proportione geometrica tenga ò un certo modo il principato fra l'altr, et s'usurpi il nome della, proportione,

Le proportioni d'inegualità, delle quali sole s'ha à trattare, si diuidano, in due parti, in proportione de inegualità maggior, et in proportione, d'inegualità minore,

La proportione d'inegualità minore, è un certo, rispetto, et determinata habitudine, ò, vero conuenienza, et comparatione, (che tutte queste uoce si, pigliano, per un solo, et medesimo significato) d'una quantità minor, comparata à una maggior nel medesimo genere, come, 12. à. 15. et à tutti, numeri da. 12. in su, ò, come tra il braccio, et tutte l'altre misure maggiori, del braccio, et di questa. proportione si parlerà breuemente do=

po, le proportioni d'inequalità maggiore. Perche come si vede apertamente, tra l'una, et l'altra nõ è differenza nessuna, se nõ nel modo del considerarle, per che q̃n si comincia dalla quantità minor, et vassi alla magiore, come da 8 à 16 si chiama proportione d'in equalità minore, ma q̃n si comincia dalla maggiore, et si va verso la minore come da 16 à 8 si chiama proportione de inequalità maggior, nõ altrimenti, che la via che va da Firenze à San Miniato si chiama costa, ò vero erta, et la medesima via che viene da San Miniato à Firenze, si chiama china, ò vero scesa.

La proportione d'in equalità maggior, la quale è quella, che si considera hora principalmente è una diterminata habitudine, et rispetto, ò vero convenienza, et cõparatione d'una quantità maggiore comparata, à una minor nel medesimo gener come tra 9 à 7 ò à qualunche altro numero, ò quãtità minore di 9 et dividesi q̃sta proportione rationale d'in equalità maggior in cinq. spetie, delle quali le prime tre sono semplice, et l'altre due cõposte et si chiamono, le prime tre semplici Multiplice super particulare Super partiente et l'altre due composte di q̃ste tre multiplice super particulare, et multiplice super partiente, delle quale cinque spetie tratteremo, per ordine à una à una, cõ maggiore chiareza, et piu agevolmente, che potremo et prima della prima.

## Della Multiplice

La proportione rationale d'in equalità maggior chiamata Multipli=

ce, la quale è la piu antica, et la piu nobile di tutte l'altr'è q̃n una quātitā maggiore comparata à una minore, la cōtiene, piu d'una uolta, et la cōtiene à punto, et precisamente come contiene, 2.1. 4.2. 6.3. 8.4. 10.5. 12.6. 14.7. 18.9. 20.10. 22.11. 24.12. 26.13. 28.14. 30.15. et cosi in infinito.

Le, spetie di qª proportione, et di tutte l'altre (come si uedrà) sono infinite, com' anco, i, numeri, da quali si chiamano, per che se la quātitā, maggior contiene, la minore solamente due uolte à punto, che meno nō la puo contenere, come. 2.1. 4.2. 6.3. 20.10. 100, 50. 1000. 500. et cosi infinito, si chiama proportione, rationale multiplice dupla, ma se la maggior cōtiene la minore, solamente tre uolte à punto come 3.1. 6. 2. 9. 3. 60. 20. 300. 100. et cosi, infinito si chiama multiplice tripla, se la contiene. 4. uolte come. 4. 1. 8. 2. 12. 3. 400. 100. et cosi in infinito, si chiama multiplice quadrupla, se la cōtiene. 5. uolte come. 5. 1. 10. 2. 15. 3. 500. 100. et cosi in infinito si chiama, quincupla. 6. uolte sescupla. poi settupla, ottupla, nonupla, decupla, undecupla, et proportionalmente in infinite,

Ciascuna delle infinite spetie di q̃sta proportione ha come tutte l'altre di tutte le proportioni infinite spetie per che le duple, che è, la prima spetie sono infinite, come s'è ueduto, et cosi le triple le quadruple, et tut. l'altre, in infinito

## Regola

La, regola à ueder ageuolisˢᵗᵉ che le prime 5 spetie di qª proportione sono infinite, et onde nascano, et come si generano, et per che cosi si chiamano è q̃sta, poni per ordine naturale tutti, i numeri in qº modo. che uedi

6.

·1·2·3·4·5·6·7· è cosi in infinito il secõdo n.° cioè ·2· al p.mo cioè ·1·
è duplo perche lo cõtiene solamente due uolte à punto, il terzo al p=
rimo, cioè à uno per che lo cõtiene solamente tre uolte, à punto è trip=
lo, il quarto al primo per la medesima ragione è quadruplo, il qu=
into, è quincuplo, il sesto sescuplo il ·7· à ·1· è settuplo è cusi in in=
finito,

## Regola

La, regola di trouar, et generar infinite proportioni multiplici, du=
ple, è q.a, metti in un rigo tutti, i, numeri per ordine naturale, et,
dissotto in unaltro rigo metti tutti i, numeri pari che sempre auan=
zano, l'uno l'altro di ·2· cominciando da ·2·. l'uno sotto l'altro in
q.o modo ·1·2·3·4·5·6·7·8·9·10·11·12· è cusi in infinito,
·2·4·6·8·10·12·14·16·18·20·22·24 è cusi in infin
ito, Tutti i, numeri maggiori disotto comparati ai minori disopra
so.no dupli

## Regola

La, regola, a generar infinite triple, poni disopra l'ordine natura=
le, de n.ri et di sotto tutti i, n.ri che auanzano l'un l'altro di tre
commiciando dal, 3· cosi ·1·2·3·4·5·6·7·8·9·10·11· et
cosi, in infinito ·3·6·9·12·15·18·21·24·27·30·33· et
cosi in infinito, Tutti i, n.ri maggiori disotto comparati à numeri
minori, disopra che son loro al dirimpetto sono tripli et la pro=
portione che e', tra loro si chiama multiplice tripla

## Infinite Quadruple

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11. et cosi in infinito 4.8.12.16.20.
24.28.32.36.40.44. et cosi in infinito

## Infinite Quincuple

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10. et cosi in infinito 5.10.15.20.25.30.35.
40.45.50. et cosi in infinito, In infinite sescuple, 1.2.3.4.5.6.7.
8.9.10. et cosi in infinito, 6.12.18.24.30.36.42.48.54.60.
et cosi in infinito. et nel medesimo modo cõ la medesima proportionẽ
farai infinite settuple cominciando il rigo disotto dal 7. et poi 14. di
mano in mano pigliando tutti i numeri, che s'auãzano di 7. et cosi l'o-
ttuple, pigliando l'8, et le nõuple, pigliãdo il 9. et cosi ĩ infinito

## Auuertimento

In q° ordine è da notar, ch' i numeri maggiori di sotto dlle duple, quadruple,
sescuple, et cosi di tutte l'altr' proportioni pari sono tutti et sempr' numeri
pari, ma i quegli dlle triple. quincuple. settuple, et di tutte l'altr', che si chia-
mano, da n$^{ri}$ caffi. il primo, n° è sempr' caffo, et l'altro pari et cosi di
mano, ĩ mano ĩ infinito

## Della Superparticolar'

La secõda spetie dlla proportione naturale d'inegualità magior' chiamata
super particolar' è qn una quãtità maggior' cõparata à una minor' la cõti-
ene, à punto una uolta solamente, et di piu una parte di detta quãtità mi-
nor', la quale parte bisogna, che sia aliquota, et nõ altramẽte, come cõtie-
ne, 3.2. 4.3. 5.4. 6.5. 7.6. 8.7. 9.8. 10.9. 11.10. et infinito

Le spetie di $q^a$ proportione sono anche, esse infinite, come tutte le spetie di $tt^e$. le proportioni. et come sono, i numeri dõde si generano, et dõde si chiamano, per cio ch' se la maggior quãtità cõtiene la $mi^{re}$ apũto $u^a$ uolta solamente, et di piu la metà, laquale è parte aliquota come. 3. cõtiene. 2. ch' lo, cõtiene, $u^a$ uolta tutto à pũto, et di piu la metà cioè uno, chee parte aliquota, di. 2. tale proportione si chiama Hemiolia, ò uero sesqui altera, ma se la maggior cõtiene la minor à pũto solamẽte una, uolta, et di piu la terza, parte dlla minor, laquale è, parte aliquota. come. 4. cõtiene. 3. si chiama, sup particolar sesquiterza se la maggior cõtiene la minor $u^a$ uolta, et di piu la quarta parte, come. 5. 4. sesquiquarta se $u^a$ uolta è di piu la quĩta parte, come sei. 5. si chiama sesq quinta. se la cõtiene, $u^a$ uolta, et la sesta parte, come. 7. 6. ses qui sesta, se una uolta et la settima parte, come. 8. 7. ses qui settima, et cosi poi cõ la medesima proportione, ses qui ottaua, sesquinona, et ses qui decima, et infinito

Ciascuna spetie di q^ste ĩfinite spetie, ha spetie infinite pch' si truouono sesqalter ĩfinite ses qui tertie ĩfinite, sesquiquarte ĩfinite sesq quĩte infinite et cosi sesq seste sesq, settime, et cosi ĩ infinito

Regola

A conoscer, che le prime spetie di $q^a$ proportione sono infinite, et come nascono, poni lordine naturale de numeri comincĩado dal. 2. cosi. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. ĩ infinito, et piglia il secõdo $n^{ro}$, cioè il 3. et cõparalo al $pr^o$, cioè al 2. et farai la $pr^a$ spetie cioè la sesqaltera il $3^o$ col $2^o$, fa la secõda spetie cioè la sesq tertia il quarto col $3^o$. fa la ses q quarta il qnto, col quarto fa la sesq qnta et cosi ĩ infinito,

Regola.

A generare infinite sesqualter, pongasi in una riga tutti i numeri che si avanzono di due, commiciando dal primo pari cioè da 2 et in una altra riga disotto tutti i numeri che s'avanzano di 3 comiciando dal 3 così

Compagni 2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12 · 14 · 16 · 18 · 20 · in infinito
Capi 3 · 6 · 9 · 12 · 15 · 18 · 21 · 24 · 27 · 30 · in infinito

Tutti i numeri maggiori di sotto comparati co i numeri di sopra, che gli sono al dirimpetto sono sesquialteri, per che gli contengono à punto una uolta solamente et di piu la metta, laquale è parte aliquota, il che se uuoi ueder manifestamente poni di sopra à quei dui righi l'ordine naturale de i numeri, che saranno tutte parte aliquote cioè la metà.

1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · in infinito,
2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12 · 14 · 16 · 18 · 20 · 22 · et cosi in infinito
3 · 6 · 9 · 12 · 15 · 18 · 21 · 24 · 27 · 30 · 33 · et cosi in infinito,

## Regola

A generare infinite sesquitertie, pongasi in un rigo tutti i numeri, che se avanzano, di 3, et disotto tutti quelli che s'avanzono di 4 et per vedere, le parti aliquote si metta di sopra l'ordine de numeri naturalmente

1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · et cosi in infinito
Compagni 3 · 6 · 9 · 12 · 15 · 18 · 21 · 24 · 27 · 30 · 33 · et cosi in infinito
Capi 4 · 8 · 12 · 16 · 20 · 24 · 28 · 32 · 36 · 40 · 44 · et cosi in infinito ·

## Infinite sesquiquarte

1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · et cosi in infinito
4 · 8 · 12 · 16 · 20 · 24 · 28 · 32 · 36 · 40 · 44 · et cosi in infinito
5 · 10 · 15 · 20 · 25 · 30 · 35 · 40 · 45 · 50 · 55 · et cosi in infinito

Et, nel medesimo modo cō la medesima proportione farai infinite sesquiquinte, ponendo nel rigo di sopra tutti, i, numeri che s'auāzano commiciando .5. et disotto tutti quelli, che s'auanzono di .6. commiciando, dal .6. et cosi poi infinite sesquiseste, infinite sesquisettime sesquiottaue sesquinone in infinito

## Auertimento

Nota, et tien a mente per il giuoco di Pitagora, che, i numeri maggiori, che sono qlli, che contengono, i, numeri, si chiamono capi, ò, guide, i, numeri, che sono cōtenuti si chiamano, cōpani ò, fanti

## Auertimēto

E ancora notabile, et marauiglioso, et degno d'altiss. consideratione come dice Boetio diuinamente, che in tutti gl'ordini di queste infinite, spetie super particolari pigliando il primo numero maggiore, il quale è quello che contiene, et si chiama capo, ò, guida, et il primo minor, il quale è quello, che è cōtenuto et si chiama cōpagno, ò, fante, cosi si cōgiungono in guisa, che tra loro nō è numero nessuno in mezo, ma tra il secondo capo, et il secōdo compagno ui rimane in mezo un numero tra il terzo et terzo ui rimagon due numeri, tra il quarto, tre tra il quinto quattro, et cosi in infinito, come poco ageuolissimamente, uedere ciascuno per se stesso

## Exemplo

La prima spetie della spetie della sesquialtera, che è, dua, à, 3. non u'è inmezo numero alcō, ma fra il .4. et il .6. che fanno la seconda

spetie, della sesquialtera vi è un numero solo in mezo, quale è il 5. et fra il 6 et il 9 che fanno la terza spetie della sesquialtera vi sono in mezo due numeri cioè il 7. et l'8. et il 12. che fano la quarta spetie, ve ne sono tre numeri in mezo cioè 9 10 11 et cosi fra il 10 et l 15. che fanno la quinta spetie ve ne sono quattro cioè 11. 12. 13. 14. et cosi in infinito. et similmente osserua la medesima regola nelle altri spetie cioè sesqui terze, sesqui quarte sesqui quinte sesqui seste, et sesqui settime et in infinito,

## Della super partiente

La terza spetie semplice della proportione rationale, d'inegualità maggiore, chiamata superpartiēte è qn una quantità maggior cōparata, à una minor la cōtiene à pūto una uolta solamēte, et di piu contiene, alcune sue parti aliquote, le quali però parti aliquote raccolte, et aggiute, insieme, facciano una parte la quale nō sia aliquota come, si contiene,

5. 3. 7. 4. 9. 5. 11. 6. 13. 7. 15. 8. et cosi in infinito,

Le, spetie di q^a. proportione medesimamēte sono infinite, per che se la maggior quantità cōtiene la minor à punto u^na uolta solamēte, et di piu due parti aliquote, (che meno nō ne puo cōtener per, che sarbbe superparticolari) lequali due parti aliquote raccolte et, agiute, insieme, facciano u^na parte la quale nō sia aliquota, come cinq. cōtiene tre che lo cōtiene tutto à punto una uolta solamente et, di piu due parti cioè due unità lequali unità ciascuna p se

e, parte aliquota di tre, ma racolte, et aggiute insieme fano. 2.
il quale e parte di . 3 . ma nō aliquota, tale proportione si chi
ama, super partiente

Se la maggior cōtiene la minor una uolta, et di piu tre parti
aliquote, che ne faccino una nō aliquota si chiamono super par=
tiente, come . 7 . 4 .

Se la maggior cōtiene la minor una uolta, et di piu una parte
nō aliquota nata però di quattro parti aliquote, come . 9 . 5 .
si chiama super quadri partiente

Se la cōtiene una uolta, et . 5 . parti nel modo, che se detto, si
chiama super quinq partiente, et cosi a proportione, sup sei
partiente, super sette partiente, super otto partiente et cosi i infinito

Ciascuna di queste spetie ha spetie infinite per che nella pri=
ma spetie, che e la super bi patiente, se la quātita maggior
cōtiene la minor a punto una uolta solamente, et di piu $\frac{2}{3}$
della minor quali ciascuna per se e parte aliquota, ma
ne fano una che nō e aliquota, come . 5 . 3 . si chiama sup=
er bi partiente terzi

Se, la maggior cōtiene la minor una uolta, et di piu $\frac{2}{5}$ si
chiama super bi partiente quinti . come . 7 . 5 .

Se la cōtiene una uolta, et $\frac{2}{7}$ super bi partiente settimi
come, . 9 . 7 .

Se $\frac{2}{9}$ come 11 9 superbipartiente noni

Se $\frac{2}{11}$ superbipartiente undecimi come 13 11 Et cosi superbiparti-
ente, tredecimi quindecimi, decimisettimi, et in infinito

## Auuertimento

Et nota che nō si dice superbipartiente quarti, ne superbiparti-
ente, sesti, nè ottavi, et cosi in infinito, in tutti i numeri pari la
ragione è perche $\frac{2}{4}$ sono $\frac{1}{2}$ che è parte aliquota, et cosi viene
a esser non superbipartiente, ma super particolari sesquialtera
et similmente $\frac{2}{6}$ sono $\frac{1}{3}$, che è parte aliquota, et però è super-
particolari, et non superpartiente perche 8 à 6 che sarebbe sup
bipartiente sesti è superparticolari sesquiterza come per le
regole della passata et di $\frac{4}{3}$ si conosce manifestamente

Similmente dua $\frac{2}{8}$ sono $\frac{1}{4}$ et però 10 à 8 nō è superbipartie-
nte, ottavi ma superbi particolari sesquiquarta, perche 10 coti-
ene, una volta 8 et di piu 2 che è parte aliquota, et il quarto
di 8 et cosi si vede di tutti l'altri in infinito,

La, secōda spetie, che è la supertripartiēte, medesimamente hai in-
finite spetie, perche se la maggior quātità, cōtiene la minor una
volta, come s'è detto, et di piu $\frac{3}{4}$ d'essa i, quali per se sono parti
aliquote, ma ne fano una, che nō è aliquota, come 7 4 tale pro-
portione, si chiama supertripartiente quarti

Se, la maggior cōtiene la minor una volta, et $\frac{3}{5}$ si chiama sup-
ertripartiente quinti come 8 5

Se la cōtiene una uolta, et $\frac{3}{7}$ supertripartiēte settimi et cō la medesima proportione si procederebbe in infinito,

## Auuertimento

E da notar, che in q$^{a}$ nō si dice super tripartiēte sesti, ne supertripartiente, noni, ne duodecimi, ne quintidecimi, et cosi in infinito, perche $\frac{3}{6}$ sono $\frac{1}{2}$ · $\frac{3}{9}$ · $\frac{1}{3}$ · $\frac{3}{12}$ · $\frac{1}{4}$ · $\frac{3}{15}$ · $\frac{1}{5}$ · et cosi di mano in mano, et però nō sono superpartienti, hauendo le parti aliquote ma superparticolari sesquialtera, sesquiterza, sesquiquarta, sesquiquinta, et cosi di ttē.

La quadripartiente, che è la terza spetie ha anche essa come le sue cōpagne, infinite, perche se il numero maggior cōtiene il minor una uolta, et di piu $\frac{4}{5}$ · si chiama superquadripartiente, quinte, come · 9 · à · 5 · che lo contiene una uolta tutto, et di piu quattro unità, ch' sono parti aliquote, ma raccolte, et raggiunte insieme fanno una parte, ch' nō è aliquota ciò è $\frac{4}{5}$ · et per il medesimo ordine cō la medesima proportione, formarai ttē, l'altre spetie in infinito superquadripartiēte seste, settime, none,

## Auuertimēto

Auuertisi però che nō si dice superquadripartiēte ottaue, per che $\frac{4}{8}$ sono $\frac{1}{2}$ · et cosi è proportione superparticolar sesquialtera, et non superpartiente similmente nō si dice superquadripartiente duodecime, perche $\frac{4}{12}$ · sono $\frac{1}{3}$ · et uerrebbe, à esser superparticolar, sesquiterza, et cosi proportionalmente in infinito.

Colla medesima propoortione si trouerranō infinite spetie dlla super

quinque partiente, della supersei partiente, et di tutte l'altre auuertendo sempre, à quelle, che non sono superpartienti ma superparticolari, come s'è mostro di sopra

Regola

A conoscere, et trouare che le prime spetie di questa proportione sono infinite pogansi l'ordine naturale de numeri cominciando dal 3. et disotto si pogano tutti i capi commenciando da 5. in questo modo,

Compagni 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. et così in infinito

Capi 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. et così in infinito

Il primo capo col primo compagno fa la prima spetie, cioè superbipartiente, tertie il secondo cioè 7. à 4. fa la seconda spetie cioè la supertripartiente quarte, il terzo fa la superquadripartiente quinte, il quarto la quarta, il quinto la quinta, et così di tutte l'altre in infinito.

Regola

A trouare, et generare infinite superbipartienti, piglia il capo, et il compagno, cioè il numero maggiore, et il minore della prima superpartiente, cioè 5. et 3. et multiplica l'uno, et l'altro per dua, et quello, che ne uiene sarà medesimamente proportione superbipartiente terae cioè 6. et 10. perche 10. contiene una uolta ~~tutto il~~ 6. et di piu quattro unità, che sono parti aliquote ma fanno 2/3 che non è parte, aliquota così multiplicando 10. et 6. per 2. ne nascerà la medesima proportione cioè 12. 20. à 12. et così poi 40 à 24. et di mano in mano, in infinito ~ Regola ~

A generare infinite supertripartiente, piglia la prima supertri-

partiente, cioè, 7. et. 12. et multiplica per tre l'uno et l'altro et sempre ne nascerà proportione supertripartiente quarte; come 21. à 12. 63. à 36. 189. à 108. et così in infinito.

Per la medesima regola trouarrai tutte l'altr infinite spetie crescendo sempre uno per che nella superquadripartiete quinte s'ha à multiplicare, 4, due numeri della prima per. 12. et ne uerrà 36. 20. che è in perquadripartiente quinte nella supercinque partiente, seste per 5. poi per. 6. per. 7. per. 8. et così sempre facendo in infinito,

Auuertimento

Delle cose dette di sopra si può conoscere, che quando si dice superbipartiente, s'intende tertia, quando supertripartiente s'intende quarta. et così sempre crescendo uno, et il primo nome mostra il numero delle parti aliquote, et il secondo il nome d'esse cioè se le sono terze quarte. et in infinito, il che in greco, et latino si conosce meglio. per il nome stesso.

Fornite tutte tre le spetie semplici della proportione, rationale d'inegualità, maggior le quali sole sono necessarie nel giuoco di Pitagora, anzi che, si proceda à l'altre due spetie composte è da notar come delle cose dette, si possono cauar alcuni auuertimenti nò inutili, et prima, Auuertimento,

Nella proportione multiplice, si truoua una proportione la quale, è, minor di tutte l'altr, et questa è la dupla, della quale nessuna si può trouar minor nò si può gia trouar una, che sia maggior, di tutte, se gia nò si concedessi una proportione infinita come dall'infinito al finito, et

però uogliono alc, che nella diffinitione dlla proportione, si dica di due quatità finite aggiungendoui quella parola, il che nõ fece Euclide, et è in uerità necessario, perche nõ si truoua alcª cosa infinita in atto, et qn si trouasse, dall' infinito all'infinito, et dall' infinito al finito .. nõ sarebbe proportione rationale, ma piu tosto irrationale, della qualle si dirà altroue,

Auuertimento ijº

Tra le proportioni multiplici quella è maggior, laquale si chiama da maggior numero, onde la tripla è maggiore della dupla, et la quadrupla, della tripla, come 3 è maggior di 2 et 4 di 3 et cosi usª l'altr in infinito

Auuertimēto iijº

Tra le proportioni superparticolari bene da una maggior di usª, et qª è la sesquialtera, non bene può gia trouarsi una, che sia la minor, perche scemano in infinito.

Auuertimēto iiijº

Tra le proportioni superparticolari quella, che si chiama dal minor, numero, è maggior di quella che si chiama dal maggior, onde la sesquialtera è maggior che la sesquiterza, et la sesquiterza è maggior della sesquiquarta, et cosi di mano in infinito

Auuertimento vº

Tra le proportioni superparttienti nõ si da alcª proportione, ch sia maggior di tutte l'altr, ne alcuna ch sia minor ch usª l'altre,

## Avuertimento vii.°

Trà le proportioni superpartienti, quando le parti aliquote sono le medesime, quella proportione è maggiore che si chiama dal numero maggior, onde la superpartiente quinta è maggior che la superbipartiente quinta, et cosi di tutte. Ma quando le proportioni si chiamano, da un medesimo numero quella è minore, le parti aliquote della quale si chiamano dal maggior numero onde la superbipartiente quinte è minor della superbipartiente terze, et cosi in infinito

## Della Multiplice superparticolar

Delle tre spetie semplici dette di sopra si conpongano due altr spetie la prima si compone dalle due prime, et pigliando il nome da loro si chiama, multiplice superparticolar et questa è ogni volta che una quantità maggior comparata à una minore la contiene (come la multiplice) piu d'una volta precisamente, et di piu contiene alcuna sua parte aliquota come, la superparticolar, essempigratia .5. à .2. 7. à .3. 9. à .4. 11. à .5. et cosi in infinito,

Le spetie di questa proportione sono infinite per che se il numero maggiore, contiene, il minor due volte precisamente, et di piu una qualche parte, aliquota si chiama tripla se quattro volte, et di piu una qualche parte aliquota quadrupla, se cinque volte quincupla, et cosi in infinito

Ciascuna di queste spetie ha infinite spetie perche nella proportione multiplice superparticolar, che è la prima spetie se il numero maggior, contiene, il minor due volte à punto, et di piu una parte aliquota, la

quale parte aliquota sia la metà, tale proportione si chiama multiplice, superparticolar dupla sesquialtera, come 5 à 2 che lo contiene, due uolte à punto, et di piu una parte aliquota, la quale parte aliquota, è la metà del numero minor contenuto cio è del due

Se la parte aliquota sarà il terzo, come 7 à 3 si chiama multiplice, superparticolar dupla sesqui terza,

Se sarà un $\frac{1}{4}$ come 9 à 4 si chiama dupla sesquiquarta, se un quinto come 11 à 5 sesqui quinta se un sesto, come 13 à 6 sesqui sesta, et cosi multiplice superparticolar dupla sesqui settima sesqui ottaua, sesqui nona sesqui decima, et sempre cosi in infinito,

La seconda spetie che è la multiplice superparticolar tripla ha com l'altri tutte, infinite spetie, per che se la quantità maggior contiene, la minor tre uolte à punto, et di piu una parte aliquota, se la detta, parte aliquota sarà la $\frac{1}{2}$, come 7 à 2 tal proportione si chiama multiplice, superparticolar, tripla sesqui altera, se la parte aliquota sarà, il $\frac{1}{3}$ si chiama tripla sesquiterza come 10 à 3 se sarà il quarto Tripla sesqui quarta, come 13 à 4 se il quinto, come 16 à 5 sesqui quinta, et cosi poi sesqui sesta sesqui settima, sesqui ottaua, sesqui nona in infinito,

La multiplice superparticolar quadrupla, che è la 3ª spetie, ha anco, essa infinite spetie, per che 9 à 2 si chiama multiplice super particolar, quadrupla sesqui altera 13 à 3 quadrupla sesqui terza, 17 à 4 sesqui quarta, et cosi di tutte l'altre, et con la medesima prop=

ortione, si ritrouarranno infinite quintuple, sestuple, settuple, ottuple, in infinito, come nella superparticolar s'è veduto.

## Regola.

A trouar infinite spetie della proportione multiplice superparticolar dupla, pongasi l'ordine naturale de numeri cominciando dal · 2 · in un rigo, et in un altro rigo sotto si pongano tutti i numeri caffi, et che s'avanzano di · 2 · cominciando dal · 5 · in questo modo.

2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · et cosi in infinito.
5 · 7 · 9 · 11 · 13 · 15 · 17 · 19 · 21 · 23 · et cosi in infinito.

I primi due numeri cioè 5 et 2 · sono multiplice superparticolar dupla sesqui altera, i due secondi sono dupla sesqui terza, i due terzi sesqui quarta et cosi di mano in mano sesqui quinta sesqui sesta sesqui settima in infinito

## Regola

A crear infinite multiplice superparticolari duple sesqui alter, pongansi in un rigo di sopra tutti i numeri pari, et che si avanzono di 2 · cominciando dal primo pari, cioè due, et in rigo di sotto tutti i numeri che s'avanzono di · 5 · comincando da · 5.

2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12 · 14 · 16 · et cosi in infinito
5 · 10 · 15 · 20 · 25 · 30 · 35 · 40 · et cosi in infinito,

## Regola

A crear infinite duple sesqui terze, pongansi di sopra tutti i numeri che s'avanzono di · 3 · cominciando dal · 3 · et di sotto tutti i numeri

che s'auanzono di 7 cominciando dal 7 con

3 · 6 · 9 · 12 · 15 · 18 · 21 · 24 · 27 · et cosi in infinito,

7 · 14 · 21 · 28 · 35 · 42 · 49 · 56 · 63 · et cosi in infinito,

Regola

A formar infinite sesquiquarte, mettansi di sopra tutti i numeri, che, s'auanzono di 4 cominciando dal 4 et di sotto tutti quelli, che, s'auanzono di noue cominciando dal 9

4 · 8 · 12 · 16 · 20 · 24 · 28 · et cosi in infinito

9 · 18 · 27 · 36 · 45 · 54 · 63 · et cosi in infinito,

Regola

A formar infiniti multiplici superparticolari triple sesquialtere, pongansi di sopra tutti i numeri, che s'auanzono di 2 cominciando dal 2 et disotto tutti quelli che s'auanzono di 7 cominciando dal 7 in questa forma,

2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12 · 14 · 16 · 18 · et cosi in infinito,

7 · 14 · 21 · 28 · 35 · 42 · 49 · 56 · 63 · et cosi in infinito,

Regola

A generar infinite triple sesquiterze pongansi di sopra tutti i numeri, che s'auanzono di 3 cominciando dal 3 et disotto tutti i numeri, che s'auanzono di 10 cominciando dal 10.

3 · 6 · 9 · 12 · 15 · 18 · 21 · 24 · et cosi in infinito

10 · 20 · 30 · 40 · 50 · 60 · 70 · 80 · et cosi in infinito,

Regola

A generar infinite triple sesquiquarte

4 · 8 · 12 · 16 · 20 · 24 · 28 · 32 · et cosi in infinito

13 · 26 · 39 · 52 · 65 · 78 · 91 · 104 · et cosi in infinito.

Per, i medesimi ordini, et cō le medesime proportioni si trouarranno l'altre spetie agevolissimamēte, come anco si uedrà in una tauoletta di nri. miracolosa facta dalla natura, et posta da Boetio, la quale sarà qui disotto, nel fine.

## Della Multiplice superpartiente

La secōda spetie delle proportioni cōposte, et ultima delle cinque spetie la quale si compone della prima, et della terza, et da loro pigliando, il nome si chiama multiplice superpartiente, et qn la quantità maggior cōtiene, et ha in se la minor più, che una uolta sola p̄cisamente, et di più una parte, la quale nō sia aliquota ma sia ben, cōposta, di parti aliquote (come s'è detto nella superpartiente, et come, sono · 8 · à · 3 · 11 · à · 4 · 14 · à · 5 · 17 · à · 6 · et cosi infinito

Le spetie di q^a. proportione similmente sono infinite, perche s'il maggior, numero cōtiene il minor due uolte à punto, et di più una parte, nō aliquota ma nata di parti aliquote, tal proportione si chiama multiplice, superpartiente dupla,

Se la cōtiene tre uolte, et di più una parte nō aliquota di parti aliquote, si chiama multiplice superpartiente tripla

Se quattro uolte oltra la parte nō aliquota quadrupla

Se cinque · quincupla, et cosi in infinito ·

Ciascuna di queste spetie infinite ha infinite spetie, per che se la quantità maggiore contiene la minor due uolte, et di più due parti aliquote le quali aggiunte insieme faccino una parte nõ aliquota, tale proportione si chiama multiplice, dupla superbipartiente terze, se la cõtiene .2. uolte et di più $\frac{2}{5}$, come 12. à .5. si chiama. Dupla superbipartiente quinte,

Se due uolte. et $\frac{2}{7}$. superbipartiente settime, et così superbipartiente none, undecime in infinito,

Pur che nõ si piglino .i. numeri pari, come quarte, seste, ottaue per che allhora, sarebbono superparticolari. come si uede nella superpartiente,

Nel medesimo modo si truouano le superpartienti quarte quinte settime, none undecime, et così le superquadripartiente, Quinte. Settime. None undecime, et così di tutte l'altre in infinito —

Regola

A produrre li infinite spetie della proportione multiplice dupla superpartiente. pongasi l'ordine naturale de numeri cominciando da. 3. et di sotto tutti .i. numeri che s'auanzono di .3. cominciando dall'.8.

3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · 12 · et così in infinito
8 · 11 · 14 · 17 · 20 · 23 · 26 · 29 · 32 · 35 · et così in infinito

Regola

A produrre le triple superpartienti cõ le loro spetie infinite pongasi l'ordine naturale de numeri, che comincia da .3. (come di sopra) per che in questa proportione multiplice superpartiente sempre si comincia dal .3. et di sotto tutti .i. numeri che s'auanzono di .4. comminciando dall' 8

tendica in 3ª guisa

2 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · 12 · et cosi in infinito

11 · 15 · 19 · 23 · 27 · 31 · 35 · 39 · 43 · 47 · et cosi in infinito

Regola

A generar infinite spetie quadruple

2 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · 12 · et cosi in infinito

14 · 19 · 24 · 29 · 34 · 39 · 44 · 49 · 54 · 59 · et cosi in infinito

Regola

A generar infinite quincuple

2 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · 12 · et cosi in infinito

17 · 23 · 29 · 35 · 41 · 47 · 53 · 59 · 65 · 71 · et cosi in infinito

Proportione d'inegualità minore

Forte. hò le cinq spetie della proportione naturale d'inegualità maggiore, resta à parlare brevemète della proportione rationale d'inegualità minor, laquale si divide in cinq spetie à punto, come quella, et ciascuna spetie ha similmète infinite spetie, et in soma tra l'una et l'altra nò è differenza nessuna se no come s'è detto nel principio nel modo del còsiderarle. per che còsiderata, prima la quàtità maggior et poi la minor. come · 8 · à · 4 · si chiama proportione d'inegualità maggior ma còsiderata prima la minore et poi la maggior, come · 4 · à · 8 · si chiama proportione d'inegualità minor, come cominciando dalla terra la Luna si chiama il primo de sette pianeti, ma cominciandosi dal Cielo del stelle si chiama l'ultimo

et però à conoscer perfettamente tutte le proportioni d'inegualità minor, et tutte le spetie et spetie delle spetie non bisogna saper altro, se nò, che à tutte quelle d'inegualità minor s'agiugne inanzi per distinguerle dall'altre questa prepositione, et particola sub. che vuol dire sotto, et si dice submultiplice, sub per particolar, sub super partiente, sub multiplice super particolar, sub multiplice super partiente, et medesimamente à tutte le spetie, et le spetie delle spetie loro, sub ses qui altera, sub dupla, sub ses qui terza &c.

Prima

Che le proportioni rationali nò si possino divider in maggiore numero, che cinque si pruova così.

Ogni quantità maggior ch'ha proportione rationale comparata à una quantità minor, la contiene, ò, più volte à punto, ò, una volta solamente et di più qualche parte, ò vero più volte, et qualche parte di più

Se la contiene più volte à punto ne nascerà la prima spetie cioè la multiplice,

Se la cótiene una volta solaméte, et di più qualche parte, ò, quella parte è aliquota, et ne nasce la secóda spetie cioè la superparticolar ò, nò è aliquota ma nata di aliquote, et ne nasce la terza spetie cioè la superpartiente.

Se la cótiene più volte, et qualche parte di più se quella parte di più è aliquota ne nasce la quarta spetie cioè la multiplice superparticolar, se nò è aliquota ne nasce la quinta, et ultima sp-

etie, cioè la multiplice superpartiente.

Nel medesimo modo si pruova della proportione d'inegualità minor

Regola

Regola di Boetio à ridurre i numeri di ciascuna proportione à loro termini, ò vero radici, et conoscer se due numeri sono misurabili, ò se nò hanno altra misura comune, che l'unità, la quale, come s'è detto, gli misura cioè numera tutti.

Dati due numeri inequali caua il minor del maggior, et se il numero, che rimane è ancora maggior, cauane un'altra uolta il minor et se quel che rimane è minor cavalo del maggior, et così farai tanto, che di necessità, ò si uerrà à l'unità, et uenendosi al unità quei due tali numeri nò sono misurabili, se nò dall'unità, et chiamonsi cotra se primi, ò si uerrà à uno numero, che sarà equale à se stesso et corisponderà precisamente tutto il numero, che s'ha à cauar, et nò se ne potrà cauar, et questo numero sarà quello, che gli numera tutti due, et è la comune misura loro, esempi gratia.

Siano i due numeri inequali della proportione data che s'habbino à ridurre à le loro radici, ò termini 30 et 18 caua il minor cioè 18 del maggior cioè 30 rimane 12 et perche il 12 è minor che il 18 caua un'altra uolta il minor del maggior cioè 12 di 18 resta 6 et perche 6 è minor del 12 cavalo del 12 resta medesimamente 6 et questo è il numero che è equale à se stesso, et che corisponde preci-

samēte tutti il numero, che s'ha à cavar, dunque 6 è quello che gli misura, tutti due, et che è la misura loro. parti dunque 30 per 6 ne viene 5 et 18 per il medesimo 6 ne viene 3 dunque quella proportione, che è da 5 à 3 et da 30 à 18 cioè superbi partienteterze

Ma se nel cavar il minor del maggior, ouero partir nel modo detto si uerrà al'unità quelli numeri dati sono i termini et le radici et in quella proportione nō sene può pigliare altri minori essempli gratia,

Siano i numeri della proportione data 39 et 35 cava di 39 35 resta 4 il quale perche è minore, cavalo di 35 resta 31 et cosi di mano inmano, infinito, che resterà 3 il che però si potena far in una volta sola ceme 8 32 et però il 3 è minore del 4 cavalo del 4 resta 1 essēdosi uenuto all'unità nō è possibile trovar altro numero, che gli multiplichi et però sono i numeri che siano nella loro proportione, et essi sono i termini, et le radici, et però detta proportione si chiama superquadripartiente trigesima quinte, et cosi farai in tutte l'altri, et serue questa regola à schisare, i rotti maraviglhosamente,

Regola

Nota, che in tutte queste cinque spetie si possono generar proportioni infinite cō questa regola, Piglia i due numeri della proportione data qualunche si sia, et multiplica il maggior in se stesso, et il minor per il maggior, i due numeri che nascono di tale multiplicatione, hanno la medesima proportione, tra loro, che quei due primi, come 5 à 3 ha proportione superbi partiente, terze, et 25 à 15 ha proportione medesimamēte superbi partiēte

terze, et cosi. 625. à. 375. et proportionalmēte in infinito

Regola

Sa conoscer oltra, i, modi detti, qn una proportione è maggior d'unaltra come chi volessi veder che la sesquialtera verbigrā. 3. à. 2. è maggior che la superbipartiēte terze, come. 5. à. 3. Piglia in tutte due le dette proportioni, doue, i, minori sieno eguali, et guarda de, i, maggiori, qual e è maggior, et quella sarà maggior proportione, come. 9. à. 6. è sesquialtera, 10. à. 6. è superbipartiente terze, i numeri minori, cioè. 6. et. 6. sono eguali de maggiori. 10. è maggior di. 9. dunq la superbipartiente, terze è maggior proportione, che la sesquialtera, et cosi farai in tutte, l'altri,

Hora perche noi dicemo di sopra, che la proportione multiplice è la piu antica, et la piu nobile di tutte l'altri, porrimo qui da piè questa tauoletta di numeri miracolosa posta da. Boetio. la quale insieme cong. ci mosterrà, tutte le cinq spetie, et le spetie delle spetie in infinito. la qual cosa, come dice esso Boetio sarà nō meno sottile à cōsiderar, che utile à saper, et giocōda ad esercitar la mente, et cosi farìmo fine di ragionar piu per hora delle proportioni, percio che quāto si aspetta al uso del giuoco di Pitagora se n'è detto à bastanza, et forse, troppo, l'altri marauigliose, et utili, quasi infinite considerationi che circa essi si possono fare si vedranno distesamēte, piacendo à Dio, nel quinto libro di Euclide

Numeri — Prima unità — Lungheza — Seconda unità — Lungheza — Lungheza

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 12 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

Secóda unità — Lungheza — terza unità — Quadrati

In q(ue)sto naturale, et miracoloso ordine di numeri cosi posto si potrebbero considerar moltiss(im)e cose, per hora bastino queste.

Se, i numeri del secondo rigo cioè 2. 4. 6. si comparano có quelli del primo, che gli stano al dirimpetto cioè 1. 2. 3. fanno la prima spetie di proportione multiplice cioè dupla. Quelli del terzo rigo cóparati cioè i medesimi fano la terza cioè Tripla. Quei del quarto, la Quadrupla, et cosi in infinito.

Se i numeri del terzo rigo. 3. 6. 9. si comparano à quelli del secódo, 2. 4. 6. fanno la prima spetie della proportione superparticolar, cioè sesquialtera.

Et quelli del quarto al terzo, fanno la secõda, cioè sesqui terza. Quelli del quinto al quarto sesqui quarta, et cosi in infinito.

Se i numeri del quinto si comparano a quelli del terzo fanno la prima, spetie della proportione superbi partiente, cioè superbipartiente terze. Quelli del settimo al quarto fanno la secõda spetie, cioè supertripartiente, quarte. Quelli del nono al quinto fanno la terza spetie, superquadri partiente quinte, et cosi in infinito.

Se i numeri del quinto si comparano a quelli del secõdo fanno la prima spetie della proportione multiplice superparticolar. cio è dupla, sesqui altera. Quelli del settimo pur coquelli del secõdo fano la terza spetie tripla sesequialtera.

Se i numeri dell'ottauo si comparano a quelli del terzo fanno la prima, spetie della proportione, multiplice superpartiẽte, cioè dupla, superbipartiẽte terzã, et col medesimo ordine per la medesima proportione, si può preceder in infinito, aggiungnendo numeri alla tauola, per lungheza, et per largheza et tt. i numeri angulari cioè che sono negli angoli come 1. 4. 9. 16. sono, et saranno sempre in infinito quadrati. il che è cosa diuina come dice diuinamẽte Boetio.

## Delle proportionalità

Per che la fine, et la uittoria del giuoco di Pitagora cõsiste tt nella medietà, et massimamẽte in qlla che si chiama medietà grãdiss^a, et perfettiss^a, pero è necessario trattar et dichiarar quelle parti almeno, che siano bastanti à detto giuoco come s'è fatto nelle propo-

rtioni, senza la cognitione delle quali nõ si possono intender le medie-
tà, riserbando l'altre utiliss.e et marauigliose cõsiderationi, che circa à
esse si possono far à tempo piu comodo, et luogo piu conueneuole,

Et prima è da saper che proportionalità, medietà et equalità significa-
no, una cosa medesima la notitia delle quali proportionalità è utile
grandiss.te nõ sola alle speculationi della Musica della Astrologia
et della Geometria, ma ancora ad intender gli scritti delli antichi, et piu
alle calculationi naturali trattate da Aristotile nella fisica,

Per differenza al p̃sente nõ s'intende altro che la quãtità, che è tra
numeri, cioè quel piu, che è da un numero à un'altro, come la differenza
da . 6 . à . 10 . è . 4 . per che il . 10 . auãza il . 6 . di . 4 . et così la diff-
erenza, fra . 5 . et . 8 . è . 3 . per che . 5 . è minor di . 8 . 3 .

Le proportionalità si fanno di proportioni cõgiunte, et cõparate insieme
come, le proportioni si fano di quantità comparate l'una cõ l'altra. ode

Proportionalità nõ è altro che una similitudine di due, ò piu proportioni, ò
uero differenze comparate tra loro, la qual sia almeno in tr termini, ouera-
mente, numeri,

Proportionali si chiamano tutte quelle quãtità tanto cõtinoue, quanto
discrete, fra le quali è la medesima proportione, ò la differenza equale

Le, proportionalità ueri, principali, et antiche sono tre Artimetica, Geome-
tria, Musica, ò uero Armonica, alle quali se ni aggiugnessero tre, et
poi quattro altr per far il n.ro perfetto di . 10 . celebrato da Pitagora

Noi parlermo delle tre prime solamẽte per ordine, essẽdo l'altr. 7.

agevoliss.e et non necessarie.

## Della Medieta Aritmetica

La proportionalità Artmetica è qn posti per ordine tre, ò più termini si truoua tra loro la medesima differenza, ma nò già la medesima proportione, come tra questi termini · 1 · 3 · 5 · la differenza de quali numeri è la medesima cioè · 2 · per che tãto è da · 1 · à · 3 · quanto da · 3 · à · 5 · la proportione nò è la medesima. per che da · 1 · à · 3 · è proportione sub tripla, ma da · 3 · à · 5 · è proportione subsuperbipartiente, terze. cosi tra · 8 · 6 · 4 · è proportionalità Aritmetica, per che come l'8 · auãza · 6 · di · 2 · cosi il · 6 · auãza · 4 · di · 2 · ma le proportioni sono diuerse, per che tra · 8 · et · 6 · è superparticolar, sesquiterza, et tra il · 6 · et · 4 · sesquialtera.

## Termini cõtinouamẽte proportionali

Nella proportionalità sono quelli, fra quali cõtinouamẽte è la medesima differenza in modo, che di quanto il primo auãza il secõdo, di tanto il secõdo auãza il terzo, et cosi di mano in mano, come, 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · et · 2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12 · 14 · et · onde seguita che tutti i numeri naturalmente, posti sono cõtinouamente proportionali, come · 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · et · in infinito per chè tra loro è la medesima differenza cioè uno.

Seguitane ancora, che le proportioni duple, Quadruple, ottuple seste decuple · et cosi in infinito, siano termini continouamẽte proporcionabili nella proportionalità aritmetica, per che, la diffe-

renza, loro è eguale, concio sia, che aggiunta una dupla, sopra una dupla, si fa una quadrupla, et aggiunta à una quadrupla una dupla, si fa una ottupla. et cosi sempr. onde si avazono per una proportione dupla duna sono proportionabili et.

## II Della Proportionalità Geometrica

La proportionalità Geometrica è qn tra tre termini, ò, più si truovano, le medesime proportioni. ma nò già le medesime differenze, come fra. 2. 4. 8. per che la medesima proportione, che è tra. 2. et 4. cioè subdupla è anco tra. 4. et. 8. et cosi amendue son duple, ma nò ui è già la medesima differenza, per che da. 2. à. 4. è. 2. et da 4. à. 8. è. 4. tra. 9. et. 6. è la medesima proportione, cioè sesqui altera, ma nò la medesima differenza et.

Per medesime proportioni s'intendono proportioni eguali cio è ch hanno, il medesimo nome verbigra. 4. à. 2. 8. à. 4. 12. à. 6. et cosi in infinito, per ch tutte, hanno un medesimo nome cio è duple, perch tutte le duple sono eguali cosi, tutte, le triple, tutte, le sesquialter, la superbipartiente terze et.

Onde, tutti, i numeri parimète pari. cio è. che si possono sempr dividere in due parti eguali in fin tanto, che si peruenga all'unità laquale, è indiuisibile per natura, sono còtinouamente proportionabili in qa proportionalità, come 2. 4. 8. 16. 32. 64. per che tra loro, è sempre proportione dupla.

Seguitante ancora, che tutti, i numeri cassi, i quali còtinouamente

li interzano comminciando dal · 3 · sono cōtinouamēte proportionabili, in proportionalità Geometrica, per che cōtinouamente sono in proportione Tripla et si contengono tr[e] uolte, come · 3 · 9 · 27 · 81 ·

Seguitane ancora, che tutte le proportioni, che si chiamano da numeri parimēte pari, siano cōtinouamēte proportionabili, se dopo il il secōdo numero parimēte pari, cio è · 4 · si lascia un numero = cio è · 8 · et dopo il quarto cio è · 16 · se ne lasciano · 2 · cioè il · 32 · et il · 64 · et così di mano in mano, raddoppiando, i numeri lasciati come Dupla, Quadrupla, Sedicecupla, Centuēto[t]tecupla.

III · Della Proportionalità Musica.

La proportionalità Musica, o, uero Armonica è quando fra · 3 · numeri, o più nō si truouono nè le medesime differenze nè le medesime proportioni ma come s'ha il maggior numero al minor cioè proportione, è, tra il maggior numero, et il minor così s'ha la differenza, del maggior numero, et di quel del mezo à la differenza del numero del mezo, et del minor come tra · 6 · 4 · 3 · (tra quali nō è, la medesima differenza, nè, la medesima proportione come si uede) ma si come tra 6 · che è il maggior numero, et · 3 · che è il minor, è, proportione dupla così tra la differenza di · 6 · et · 4 · cioè, 2 · et la differenza di · 4 · et · 3 · cioè · 1 · è proportione dupla così tra · 2 · 3 · 6 · è proportionalità Musica, per che · 6 · è maggior di · 3 · 3 · et 3 · è maggior di · 2 · 1 · et tra · 6 · à · 3 · è proportione multiplice dupla, et tra · 3 · et · 2 · superparticolare, sesquialtera, ma come tra · 6 · et · 2 · è proportione Tripla, così tra 3 et · 1 · che sono le differenze è proportione Tripla.

La Medietà Artimetica è di due sorti, alcuna si chiama Medietà, cōtinoua, alcuna, discōtinoua,

a Medietà Artimetica cōtinoua è quando tra .3. numeri almeno, o più si truoua continouamēte la medesima differenza. ciò è, che quāto il primo, è maggior del secōdo tanto il secōdo sia maggior del terzo, et così successiuamente, come in .3. termini .6. 4. 2. in più termini .10. 7. 4. 1. 10, 4. 8. 12. 16. 20. etc. doue il primo è minor del secondo quāto il secōdo, del terzo. etc.

La, Medietà Aritmetica discōtinoua è quando fra .4. termini al meno, o più, la differenza del primo numero al secōdo è quāto la differenza del terzo al quarto, et del quinto al sesto etc. come .7. 5. 6. 4. doue tra .7. et .5. è .2. et tra, 6. et .4. è .2. et così è la medesima differenza, ma il secōdo, et il terzo, ciò è .5. et .6. nō si cōtono nè uè la medesima differenza, così fra .2. 3. 5. 6. 8. 9. et qui è da notar, che lessempio di Boetio nella, Medietà Artimetica diuisa, o disgiunta il quale è .2. 3. 4. sta male, et è scorretto,

La, Medietà Geometrica anco essa è cōtinoua, o, discōtinoua,

La cōtinoua è quando fra tre almeno, o più quātità d'un medesimo genere, si truoua, continouamēte la medesima proportione, come fra tre termini .9. 6. 4. che come tra l'.9. et .6. è proportione sesquialtera, così è, tra l'.6. e l'.4. et fra più termini .1. 2. 4. 8. perche .1. à .2. è subdupla, et così in tutte in infinito, et in tutte l'altre et sempre nelle cōtinoue, proportionalità bisogna che siano al meno .3. termini, et nelle discōti=

none, quattro.

La discontinoua è quando fra quattro almeno, ò, piu quantità; tra la prima &c.
et la secōda è la medesima proportione, che è tra la terza, et la qu-
arta, et la quinta, et la sesta &c: come tra 9. 6. 3. 2. perche tra 9.
et 6. è la medesima proportione, che tra 3. et 2. cioè super parti-
colar, ses quialtera, ma fra 6. et 3. cioè fra il secondo numero, et il
terzo, nō è la medesima, come nelle cōtinoue &c: et fra piu termini 3.
6. oue 8. 12. 24. et è da saper, che nella discontinoua si possono tr-
ouar, quātità di diversi generi, il che nō si può nella cōtinoua &c: et
perche chi conosce un contrario conosce l'altro, chi sa quai siano le
quātità proportionali cōtinoue, ò, discōtinoue saprà anco quai siano
le quātità non proportionali cōtinoue, ò, discōtinoue.

## Della Medietà grandiss.a et perfettiss.a

Resta, che noi parliamo di quella Medietà. che si chiama Grandiss.a
et perfettiss.a; nella quale cōsiste la prima, et vera vittoria del giuo-
co, di Pitagora la quale è utiliss.a non solamēte alla Musica ma an-
cora, nelle questioni naturali, et si chiama grandiss.a et perfettiss.a
perche, come dice Boetio, nō si può trouare cosa piu perfetta di
q.a proportionalità. la quale consiste in quattro termini ò, vero
numeri posti in proportione Geometrica et ha tre intervalli

Per intervallo, s'intende la proportione, che è fra due termini
immediati, et cosi fra due numeri è uno intervallo solo cioè
una proportione, fra tre termini due intervalli fra quattro

termini tre interualli è prodota q(ues)ta marauigliosa, et diuina proportionalità, si
come, i corpi da .3. misure, ciò è, lunghezza, larghezza, grossezza, et còtiene in
se, le già dette proportionalità, esempigra tra q(ues)ti .4. numeri .6. 8. 9. 12.
questi sono .4. termini, et hanno tre interualli, il primo tra l'.6. et l'.8. il secòdo
tra l'.8. et il .9. il terzo tra l'.9. e'l .12. et in questi quattro numeri si truona-
no, tutte .3. le medietà, perche agguagliando il terzo termine al primo ciò è .9.
à .6. et il quarto al terzo ciò è, 12 à .9. si truoua la Medietà Aritmetica, p(er)
che, ui sono le medesime differenze, ciò è .3. ma non ui sono le medesime propo=
rtioni, perche .9. a .6. è sesquialtera .12. à .9. sesquiterza, et aggiugnendo,
il quarto, numero al secòdo, ciò è .12. à .8. et il terzo, al primo. ciò è .9. à .6. si
truouano le medesime proportioni ciò è sesquialter, ma non le medesime diffe=
renze, perche .12. auanza .8. di .4. et .9. auàza .6. di .3. et q(ues)ta è la secon-
da, medietà ciò è Geometrica;

Et aggiugnendo il quarto numero à secòdo ciò è .12. à .8. et il secòdo al primo ciò
è .8. à .6 si truoua la terza Medietà, ciò è la Medietà Musica perche
nò ui sono nè le medesime differèze nè le medesime proportioni, ma come
tra .12. et .6. è proportione dupla, così tra la differèza di .6. et .8. ciò
è, 2 et la differèza di .8. et .12. ciò è .4. è proportione dupla, o uero,
subdupla, che, torna il medesimo.

Truouasi ancora in q(ues)ta grandiss(im)a et perfettiss(im)a Medietà tutte le cò sonanze
Musiche semplici, ciò è Tuono Diapente, diatessaron, diapason, perche
agguagliando .8. à .6. o, 9 à .12. si fa la proportione sesquiterza ciò è
la cosonàza, diatessaron, et agguagliando .6. à .9. et .8. à .12. si fa

la proportione sesqui altera cioè la diapente, et agguagliando. 12 · a · 6 · si fa la proportione dupla, cioè diapason, et agguagliando, i due del mezo fra loro cioè · 8 · a · 9 · si fa la proportione, sesquiottava, la qualle nella Musica, si chiama Tuono il quale è misura comune di tutti i suoni musici, et delle cose dette si vede manifestamente, che tra tutte le consonanze musicali semplici, la diapason, è la maggiore dico sempli perche se ne truovono molte composte come il Ditono, cioè due · Tuoni, semiditono, Tritono, bisdiatesseron, bisdiapason, bis diapente etc. delle quali si dira ne luoghi loro

Regola

A trouar il mezo della Proportionalità Artimetica et veder se tra due numeri scade detta proportionalita. Piglia due numeri diversi, et aggiungili insieme, et parti in · 2 · quel che ne viene è il mezo, della Proporcionalita, perche sempre il mezo è la metà di dua extremi, congiunti insieme, però si chiama mezo, verbigratia siano due numeri a sorte diciamo · 6 · et · 4 ; ò, 5 · et · 7 · a trouar il loro mezo agguiugnili in sieme · 6 · et · 4 · fa 10 · dividi · 10 · in · 2 · rimane · 5 · et · 5 · è il mezo fra · 6 · et · 4 · Et però · 6 · 5 · 4 · è proportionalità Artimetica, et tra · 5 · et · 7 · il mezo è · 6 · perche è la metà di due estremi cioè di · 7 · et · 5 · con \[...\] l'altro, ma se quei due numeri aggiunti, in sieme facessero numero Casso, come · 9 · et · 6 · ò, 8 · et · 5 · alhora non si potendo dividere in due non si puo trouare il mezo, et tra quei · 2 · numeri non è proportionalità Artimetica

## Regola

A trouar' il mezo proportionale Geometrico fra due n$^{ri}$ multiplica l'uno per l'altro. et se q(ue)llo, che ne risulta è numero quadrato la radice, di quel n$^{ro}$ quadrato e', il mezo nella proportionalità Geometrica, come siano i. duoi numeri .9. et .4. a trouar tra loro il mezo multiplicati insieme ne uiene .36. il quale è numero quadrato, et 6. è la sua radice, dunq(ue) .6. è il mezo proportionale, Geometrico .9. 6. 4. ma se quello. che risulta de due numeri multiplicati non è n$^{ro}$, quadrato al'hora tra quei duoi n$^{ri}$, non si può trouare mezo proportionale, et per conseguente non ui è proportionalità Geometrica, come, tra .5. et .8. 3. et .9. et infiniti altri. che multiplicati non, fanno numero quadrato.

## Regola

A trouar' il mezo fra due numeri nella medietà Armonica, piglia la differenza. che è tra l'uno, et l'altro, et multiplica per il n$^{ro}$ minor et parti il numero, che ne uiene per il n$^{ro}$ che fanno quei duoi primi, n$^{ri}$, aggiunti insieme, et aggiugni quello, che ne rimane al n$^{ro}$, minor, et quel t$^{o}$ sarà il mezo proportionale, Musico. Siano i. duoi n$^{ri}$ 12. et. 4. multiplica la differenza loro, cioè .8. per il numero minor cioè 4. fa .32. parti .32. che è il n$^{ro}$ che ne uiene per .16. che tanto fano 12. et .4. aggiunti insieme ne uiene .2. et aggiungi .2. al n$^{ro}$ minor cio è, à .4. fa .6. et .6. è il mezo nella proportionalità Musica .12. 6. 4. ma se il numero aggregato di duoi estremi non è quotiente cioè non si diuide à punto per qualche parte il numero che n'è uenuto tra quei numeri non è,

proportionalità Armonica, et queste tre regole sono utiliss.e per il giuoco
Per le regole dette si uede, che non è necessario, che se fra due numeri si truoua, il mezo Aritmetico iui si truoui anco il Geometrico, et l'Armonico, et cosi doue si truoua il Geometrico, o l'Armonico iui si truoui l'Aritmetico sono bene alc.e numeri fra quali si truouono tutti tre, i mezi Aritmetico, Geometrico, et Musico, come tra 40, et 10 . l'Aritmetico è 25 · 40 · 25 · 10 · il geometrico è 20 · 40 · 20 · 10 · l'Armonico è 16 · 40 · 16 · 10 ·
Di queste proportionalità, et delle cose dette nascono et si soluono infiniti et belliss.i et utiliss.i dubbi come se crescendo eguale quantità, cresce eguale, proportione, e per il rouescio, et altri simili et diuersi senza nouero, de quali perche nõ seruono al Giuoco di Pitagora nõ si dirà altro per hora nõ mi par già da lasciare indietro alc.e proprietà di ciascune, di queste tre medietà, Et primieramente è da sapere, che la medietà Aritmetica: che è la prima si agguaglia come dice il diuino Boetio, à quella, republica, la quale è retta, et gouernata da, i pochi perioche ella, ha ne, i minori numeri proportioni maggiori, come si uede, la medietà, Musica s'aguaglia à quella republica, nella quale gouernono gli ottimati perche ella ha ne maggiori numeri, proportioni magiori la medietà Geometrica, la quale è nel mezo tra l'Aritmetica, et la Musica, et si può sola chiamar proportionalità, perciò che ella ha le medesime, proportioni ne' termini, o, maggiori, o minori, s'agguaglia (come testifica il medesimo Boetio) alla piu perfetta spetie di republica cioè, à quella, che è gouernata dal popolo, la quale è cõposta di eguales

proportionalità, et tra essi, è una certa parità toccando à ciasc°. equalmente, la parte sua degli honori, et delle fatiche

## Proprietà della Medietà Aritmetica

La medietà Artimetica, nella quale si considera solamente la differenza che è tra un numero, et l'altro, ha questa proprietà, che come da un numero, à l'altro è sempre la medesima differenza, così non vi è la medesima proportione, ma sempre diversa, come si vede manifestamente, in questi 4. 6. 2. et 1. 2. 3. 4. et ne gli altri intendendo delle continoue. Ha ancora questa altra proprietà, parlando pur della continoua, che il mezo termine è sempre la metà de i due estremi congiunti insieme, come 2. 4. 6. 2. et 6. fa 8. quattro, che è mezo termine è la metà di 8, così 12. 3. 2. è il mezo del luogo, et de numeri, et così in tutti gli altri,

Nella medietà disgiunta, et discontinoua, i due estremi raccolti insieme, fanno quanto i due mezi raccolti insieme, come 1. 3. 4. 6. et 1. et 6. fa. 7. 3. et 4. fa. 7. 2. 4. 7. 9. 1. 2. 4. 5. et questo si debbe intender, in quattro termini soli, in più termini è impossibile, come 1. 3. 4. 6. 7. 9. è ben vero che sempre, i due estremi raccolti in sieme saranno equali al secondo. et al penultimo raccolti insieme.

Nella Medietà, Artimetica congiunta et continoua il numero, che risulta de due, estremi multiplicati insieme è minor del numero che risulta del mezo multiplicato in se stesso tanto, quanto possono contener le due differenze, che sono tra essi numeri come, 4. 6. 8. multiplicati insieme, 4. et 8. che sono, i due estremi fa. 32. il qual numero è minor di

36 che nasce dal mezo termino ·6· multiplicato in se stesso, ·4· et tanto
fanno le differenze, multiplicate, che sono fra essi termini, per che tra ·4·
et ·6· è 2 et tra ·6· et ·8· è ·2· et ·2· vie ·2· fa ·4· et cosi in tutte l'altre,

Nella Medietà Artimetica divisa, et discontinoua, il numero che nasce da due
estremi multiplicati insieme, tanto quanto fa la differenza del maggior numero
a uno qual si voglia de i mezi termini, con la differenza di quel medesimo
mezo termino preso, al numero minor multiplicate insieme, come ·2 ·4 ·7·
9· 2· vie ·9· 18· il qual numero è minor di ·28· che nasce da ·2· mezi ter-
mini, ·4· vie ·7· dieci, et tanto fa la differenza del maggior numero ·9·
a uno de mezi, diciamo ·7· che è ·2· con la differenza di ·7· che è il mezo
termino preso al minor numero due, che è, ·5· et ·2· vie ·5· fa ·10· et se si
pigliasse la differenza di ·9· che è il maggior numero con l'altro mezo ter-
mino, cioè ·4· laquale è ·5· con la differenza del medesimo mezo termino
preso cioè, ·4· a ·2· laquale è ·2· ne nasce il medesimo, per che ·2· vie ·5·
fa ·10· medesimamente, cosi ·1 ·2· ·4 ·5· uno via ·5· fa ·5· due via ·4· 8·
unde è minor d'8· 3· et tanto fa la differenza tra ·5· et ·4· et ·4· et uno
cioè ·3· per che uno via ·3· fa ·3· et il medesimo verrebbe a pigliar la diffe-
renza, da ·5· a ·2· cio è ·3· et da ·2· a ·1· cioè ·1· che similmente farebbe
be ·3· et cosi in tutte

## Proprietà della Medietà Geometrica

La medietà, Geometrica nella quale si considera solamente le proportioni, ha
questa proprietà, che si come tra un numero et l'altro non è mai la medesima
differenza, cosi vi è sempre la medesima proportione come nelle duple

1.2.4.8.16.32.64. et nelle Triple.1.3.9.27. et cosi nelle quadruple, et in tutte l'altre,

Ha ancora questa medietà una altra proprietà miracolosa veramente et degna d'essere scritta in lettere d'oro, et questa è che posti quattro termini, tra quali la medesima proportione sia dal primo al secondo, che dal terzo al quarto, ne seguita di necessità, che ancora tra'l primo, et il 3°. sia la medesima proportione, che tra'l secondo, et il 4°. et cosi a rouescio, tanto nelle continoue quanto nelle discontinoue, come.1.3.9.27. et nelle discontinoue 8.12.10.15. per che come da.8.à.12. è proportione subsesquialtera cosi da 10.à.15. è proportione subsesquialtera, onde come da.8.à.10. è proportione, subsesquiquarta, cosi da.12.à.15. medesimamente è proportione subsesquiquarta,

Di qui è cauata questa regola della decima nona del nono di Euclide, et chiamasi, uolgarmente la regola delle tre, ò ueramente delle tre cose, nella quale regola sola consiste, come ciascuno sa grandissima parte dell'Abbaco. et serue non solamente nell'artimetica ma ancora nella Geometria, et Astrologia et similmente, se gl'huomini hanno uia alcuna da indouinare il uero questa credo io per me che sia dessa,

Nella proportionalità Geometrica continoua è la medesima proportione tra un termine, et l'altro, che è tra le differenze di detti termini, come.4.6.9. da.4.à.6. et da.6.à.9. è pro subsesquialtera, et tra.2.et.3. che sono le differenze di detti termini è proportione subsesquialtera, et cosi in tutte l'altre come.2.4.8.16.32.64.128. in infinito,

In q^a^ proportionalità sempr' il maggior termino agguagliato al minor ha p differenza esso termino minor, perche 2 è maggiore di uno 1 et 4 avanza 2 di 2 et 8 4 di 4 et cosi sempre nella proportione dupla Nella tripla il maggior termino avanza il minor di 2 volte come 3 à 1 9 à 3.

Nella quadrupla di tre volte come 1 à 4 4 à 16 16 à 64 et perche da uno à 4 sono 3 da 4 à 16 12 da 16 à 64 48 et tanto fa il minor nu^ro^ multiplicato per 3 et cosi in infinito multiplicando nella quincupla per 4 nella sescupla per 5 et sempr' in etc. con la medesima proportione d'uno meno

Nella medietà Geometrica còtinoua, sempr' il numero che nasce dalle due estremità multiplicate insieme è eguale al nu^ro^ che nasce dal mezo multiplicato in se stesso come 2 6 18 le due estremità cioè 2 via 18 fa 36 et il mezo multiplicato in se stesso cioè 6 via 6 fa 36.

Nella medietà Geometrica discòtinoua, sempr' il numero, che risulta dalle due estremità multiplicate l'una per l'altra, è eguale al nu^ro^ che risulta, da i duoi mezi multiplicati l'uno per l'altro, come 2 3 8 12 et 4 7 12 21 perche 4 via 21 fa 84 et 7 via 12 fa 84 et cosi di etc.

Il medesimo sarebbe anco nella proportionalità còtinoua di 4 termini come, 2 4 8 16 et se fussero più pigliar sempr', i termini penultimi, co. i. 2 4 8 16 32 etc.

## Proprietà della proportionalità Musica

Nella medietà Armonica è una proprietà contraria à una proprietà che è nella medietà Artimetica, et questa è, che come in quella sempre tra i maggiori numeri era minor proportione, et tra i minori maggior, così in questa ne i maggiori termini è maggior proportione, et ne i minori minore, come 3 · 4 · 6 · tra il 3 et il 4 è proportione subsesquiterza et tra il 4 et il 6 è proportione subsesquialtera et la proportione subsesquialtera è maggior della subsesquiterza, quanto è maggior un mezo d'un terzo.

In questa medietà il numero che risulta dal mezo termino multiplicato in amendue l'estremità raccolte, et aggiunte insieme è duplo al numero che risulta dalle estremità multiplicate l'una per l'altra come nello essempio posto di sopra 3 · 4 · 6 · raccolte tutte due l'estremità cioè 3 · et · 6 · et aggiunte insieme sono 9 il quale multiplicato per il mezo termino cioè per 4 fa 36 et questo numero è il doppio più di quello, che nasce dalle estremità, cioè 3 et 6 multiplicato insieme etc.

Questo baste per hora haver detto delle proportioni, et proportionalità quanto si appartiene ad intendere à mettere in opera il giuoco di Pitagora l'altre considerationi che sono come s'è detto infinite, et non men belle et dilettevoli, che utili et maravigliose si diranno piacendo à Dio più difusamente et più particolarmente ne luoghi loro etc.

Fine

Dialago sopra la particolare dichiaratione del
giuoco di Pitagora
inter locutori
Carlo Strozi. Cosimo Rucellai. et Iacopo Zettori

Carlo di Ruberto Strozi à M. Nic.lo Alamanni

Il desiderio ĩcredibile, che io ho sempre hauto M. Nic.lo
hon.do di mostrarmi in qualunche modo mi fusse prima cõcesso qu-
anto, io rimanessi preso dell'humanità et gentileza vra quel gio-
rno, che invitandomi in cõpagnia di Luca Martini, et parlandomi
conobbi quello, et più delle doti, et qualità vre, che prima assai vo-
lte, et da diverse persone m'era stato, et referito à bocca, et scritto
per letter, è cagione, che io vi mãdo hora familiarmẽte, et alla di-
mestica, nõ solamẽte un paio di scacchi d'un giuoco nuovo di Pitago-
rà, datimi da Luca per mãdarvi secõdo, che à lui era stato cõmesso
da M. Benedetto Varchi, et un libretto, che tratta copiosamẽte delle
proportioni, et proportionalità, senza le quali è del tutto impossibile
, o, intenderlo, o, giucarlo ma ancora un ragionamẽto fatto il giorno
di passato sopra la particular dichiaratione d'esso giuoco da
Cosimo Rucellai come vedrete, et se bene à voi et à M. Batista
vro fratello nõ fusse per ventura cosa nuova, per esser stati in
Parigi, et apparato quivi le prime letter, si nõ vi dovrrà essere
egli, però se nõ caro, se nõ per altro, almeno per esser venuto in un

certo modo dal Varchi, il quale secondo dicesti uoi medesimo no è meno am-
ato, et tenuto caro da uoi che egli ami, et osserui il Mag.co et hon.mo padr
uro, et perche sarte cagione à molti altri di potter lo agevolmete imparar
oltra che douedo uoi, si come ho inteso, transferirui a Padoua per finir i
cominciati studi uri, nel quale luogo piacendo à Dio spero di riuedermi in
brue, lo trouarte quiui in uso tra quelli amici nri fiorntini. Et perche
io, intendo di lasciar da parte molte cose, le quali si potrebbono, et forse
douerebbeno dirsi in escusatione mia, et di esso dialago, ui pregarrò solo, che
guardado nò ad altro che alla uolunta mia, lo prendiate co quell'animo,
che io lo ui prego. Dico adunq. che hauedo (non è anco un mese passato,
hauto quel trattato delle proportioni et studiatolo diligentiss.te et pa-
rendomi hogni hora mill'anni di trouarle, et metterle in pratica in su
quelli scacchi del giuoco tanto desiderato, mene andai giouedi dopo desin-
ar, subito al'horto de Rucellai solo solo, sendo ito Luca Martini a Fiesoli
co alc.i suoi amici à far il berlingaccio a la luna co Filippo Guadagni
et àpunto trouai Cosimo, che ragionaua co Iacopo Vettori, et dopo i
debiti saluti et le solite accoglieze mostrai loro il libretto delle propor-
tioni, et cio che scriueua il uarchi al martino, che farebbe Cosimo, et
lo pregai caldamete, che gli piacesse di raccotarmi l'origine, et il nome, et
isporm' minutamete cosa per cosa tutto quello ne sapeua. et egli il quale
no è meno gentile, et cortese che buono, et uirtuoso co fortatone ancora
da Iacopo dopo alc.e modeste scuse, fattosi portar lo scacchier, et gli sca-
cchi, et posti tutti tre à seder in cerchio presso a quella Fonte, che è,

nell'horto comincio cosi,

Quanto à l'origine, et principio suo io nō uene posso altro dir, se nō che
gia sono molti anni passati, che q° giuoco fu mādato di Francia
a mio padr. da nro chiarissimo cittad.° suo con q° stesso scacchiere, con qi
scacchi, che qui uedete, et cō quelle regole scritte in lattino, che io dei
a Luca in su un foglio copiate, et per quanto mi paresse all'hora d'
intender, era stato trouato nello studio di Parigi da M. Iaco po
fabbro huō, come potete hauere inteso di grandiss.a fama in gli
studi nelle discipline liberali, et di sātità di costumi, et perche fu
mandato per cosa nuoua, ma che ritrasse dallo antico pensò nro padr.,
che nō douesse esser stato fatto, ò, trouato q° giuoco da tali huomini, et
in simil luogo per passar tēpo solamente, il quale pur troppo uola
uia, et mai nō s'arresta, ma accio che dopo li studi, et pensieri piu
graui potessero, i, giouani massimamēte ricriar alquanto l'animo aff-
aticato, con esso, et nel ricriando nō solo passar, et non perder il tempo,
del quale nō e cosa piu cara, ma cauar ancora frutto oltra il diletto
et percio disiderādo egli, che noi l'imparassemo, et noi di saperlo
grandiss.te lo mostro à uarie persone, ne mai si trouò alc.° ò, per esser
il giuoco et nō piu ueduto in Firenze, ò, che, che se ne fusse la cag-
ione, che lo potesse, ò, sapesse ritrouare onde si stette riposto, et qui-
ui, sepolto piu, et piu anni insino à tāto che hauendo M. Bene-
detto [illegible] presso familiarita cō Palla nro padr., et strettiss.a dime-
stichezza cō tt.i noi, un di à caso passeggiando, et ragionādo insieme

per l'horto, come soleuamo quasi ogni sera la state, me gli uene in non
so che modo, ne à che proposito detto di q°. giuoco, et egli prima dicid-
croso, assai di uederlo et poi molto piu d'intenderlo, et di giucarlo, ch-
iestolo, à Palla, se nel portò à casa, et nō dopo molti giorni ci tornò insieme
con M. Marcello Ceruini oggi Reuer.mo Car.le et cō M. Lor-
enzo, Lenzi, et ne ragionarono assai cō n̄ro padre, stando, tutti tre noi frate-
lli, intentiss.te à udire, ma soprag giunti dalla sera rimasono di parlarne
altra uolta cō piu agio. il che poi, hor per una cagione, et hor per un'altra
nō hebbe effetto, et di gia nō ci si pensaua piu se nō, che M. Clemēte mio
fratello, et io, che ce ne moriuamo di uoglia pregamo il Varchi che celo uo=
lesse insegnare, et egli il fece uolentieri, et in q° medesimo luogo, doue siamo,
hora ci disse gran parte di quelle cose, che io dirò à uoi, ben che cō altre paro-
le, et cō ordine migliore, perciò che se bene io le scriuessi all'hora quasi tutte, per
tenerle, meglio à mente, io nō me ne ricordo hora cosi à punto. Et io gli risposi
all'hora: ma da qui inanzi per nō dir tante uolte egli disse, et io gli risposi, in-
narrarò, ogni cosa come se parlassero terze persone.

Car. L e parole nō credo io, che importino qui molto, et à me basta, che uoi ne diciate piu
agevolmente, et piu à lungo, che si può tutto quello, che uoi ne sapete, o, che al-
meno, giudicate necessario à poter nō solamēte intenderlo, ma esercitarlo, et me-
tterlo, in uso, et quanto piu distesamēte, et piu particolarmente ne fauellarete
tanto mi sarà piu caro, et uene harò obligo tanto maggiore, massimamēte
essendo buon'hora, et non hauēdo, ne uoi, ne Iacopo per quāto m'hauete detto
che fare oggi altro. —

Os: era noi Carlo nō deueua cader piu oggi mai simili obligationi, et qñ io fussi occupatiss.°, ch' nō sono, si lascerei io star piu, che uolentieri ogni cosa, et cosi io certo farebbe Iacopo, per sodisfarui, et tanto ꝑ hauēdo uoi à mente le proportioni, come ditte, et le proportionalità, ci rimane assai poco, che dirui, et il piu ageuole, et poi uolete uoi, che io sia scarso à uoi di quello ch'altri è stato à me largo, et liberale. per nō dir niente di quello, che, scriue il Varchi, al qual nō posso negar cosa alc.ª giustamente, ne uoglio ma per tornare à donde mi partij dico, che il nome del giuoco in su quel foglio che ci fu mādato, doue erano scritte quelle regole ch' io detti à Luca era Rithmimachia, la qual uoce, come uedete, è cō posta, di due uocabuli greci, et nō uuole dir, come sapete, che guerra, ò, uero, cōbattimēto di numeri, Ma il Varchi per che s' intendessi meglio et ageuolar la cosa, ò, per altra cagione, che se 'l facessi, lo chiama semp.re il giuoco di Pitagora. parēdogli forse uerisimile, che gli scolari di Pitagora, il cui modo di filosofar cōsisteua quasi t.to nelle discipline, matematiche, per che, come disse l'altro giorno il Vermio nella lettione, credeuono, i, pitagorici, che da nu.ri, et de principij matematici fussino, generate t.te le cose, si essercitassero à q.sto, à un simil giuoco, in quei lunghi silentij loro, ò, che fussi necessario inanzi fussino, riceuuti da lui à cose maggiori, mostrar di saper q.sto più leggieri, et hauerlo, come noi diciamo, su per le dita.

Car: A Me nō dispiace cotal nome, che mi par oltra l'altre cose, si tir dietro, un nō so che di grauità, et di reputatione, ma seguitate

il ragionamento uostro, et io nò ui interronperò piu

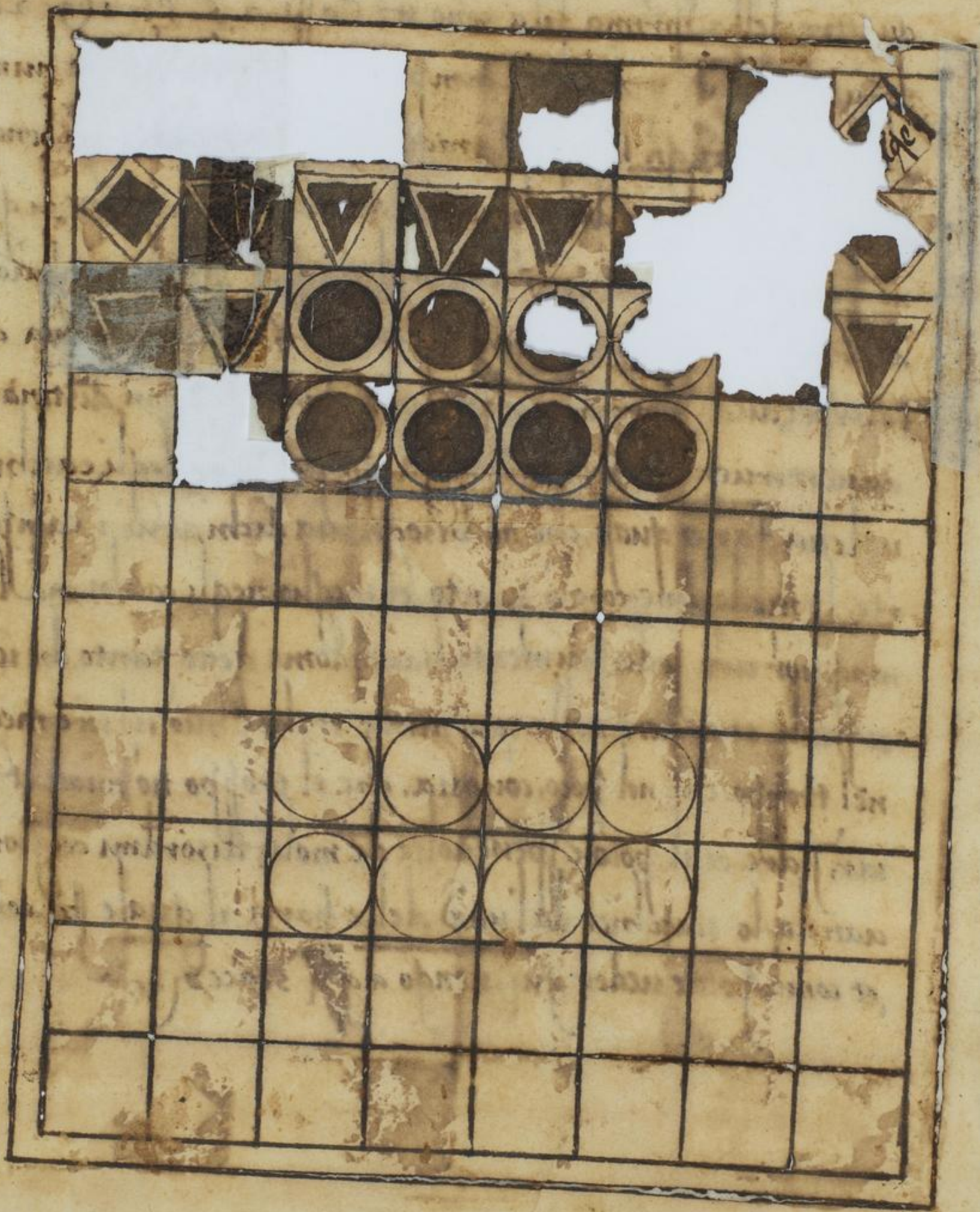
Cos: Anzi l'harò caro, et sarà il miglior, che m'interròpiate. per cio che nel domandar, o dubitar uro mi farete per uentura souuenir di quelle, cose, che da me stesso nò mi ricordarei, ma accostateui un poco, piu à me, et ponete ben mète qui, fateui piu qua anche uoi, Iacopo, accioche mi possiate auuertir, et correggier, se fallassi, perchè in q. cose è ageuolissimo errar à chi nò ci ha grà pratica scambiàdo un nu.ro, o pigliando una proportione per un'altra, o intendere una cosa bene, et pronùtiarla à rouescio, però bisogna ricorrer sempr. alle regole, lequali essèdo uniuersali, et infallibili dimostrono subito doue è l'error. Voi uedete primamète, che q. scacchiere è quadrangolo, et nò quadrato, cò cio sia che gli è piu lungo per questo uerso che p quest'altro, hauèdo per q. uerso qui cioè p la lunghezza dieci di q. scacchi, o uero luoghi, o uero spatij, i quali noi chiameremo sempre, capi, et per quest'altro uerso, cioè per la larghezza otto solamente, che uengono à esser fra tutti. 80. capi de quali n'è sempr. un bianco, et un nero, et un nero, et un bianco, come uedete. è ben uero, che da principio qn fu trouato il giuoco, nò erono se nò. 72. capi noue, per lunghezza et otto per larghezza, ma nel giucar si uide per isperienza, laquale in tutte le cose uale grandissimamente, che nò rimanèdo, tra gli scacchi dell'una parte et dell'altra, se nò un filar di campi uoti, erono troppo presso, et nò si poteuono mouer così comodamente, come rimanendone due, come uedete, che fa hora, et

meglio conoscerte ogni cosa nel giucar di mano in mano, et però habbiate, patienza insino alla fine, che ciascuna cosa per se, et tutte insieme, vi parranno poi agevoliss.

Car: Seguite pure,

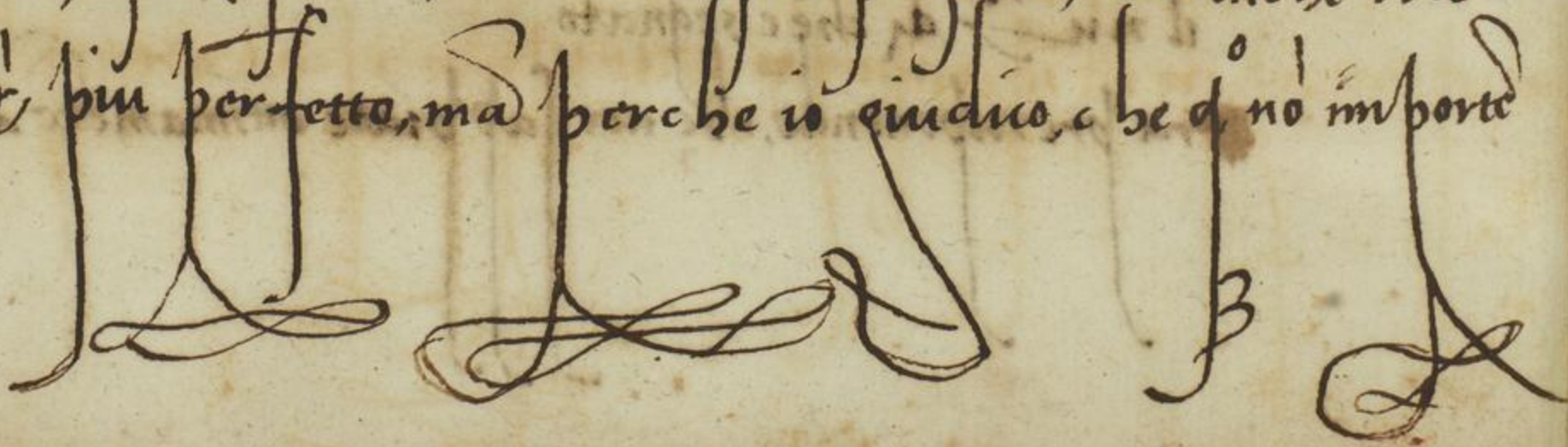
Cos: Vedete ancora che questi campi si dividono in due parti in bianchi et neri, i bianchi si chiamono la squadra de Caffi. per la ragione che vedrete poi. intanto considerate, che questi quattro campi del mezo nel quarto filare son segnati de, i, primi quattro numeri Caffi cioè . 3 . 5 . 7 . 9 questo terzo filar di questa squadra biāca de Caffi, il che è segnato tutto ha de numeri pari . et de Caffi perche cominciando di quà a questi . 8 . numeri, che vedi . 16 . 12 . 9 . 25 . 49 . 81 . 90 . 100 il secōdo filare il quale è anco esso segnato tutto ha solamente numeri pari come vedete . 20 . 66 . 36 . 30 . 56 . 64 . 120 . 190 : il primo filar, il quale è segnato mezo, cioè, i duoi primi, et, i, due ultimi et, i, 4 del mezo voti à punto per il cōtrario del quarto ha solamēte, come il quarto numeri caffi 49 . 121 . 225 . 361 . et cosi havete, veduti tutti, i, campi biāchi segnati della squadra de Caffi che sono . 24 . et però passeremo piacendovi à neri

Car: di gratia.

Cos: La parte de neri, che si chiama, come ho detto, la squadra de pari posta al riscōtro al medesimo modo della squadra de Caffi come vedete, ha anch'ella . 24 . campi neri segnati, i, quattro del mezo della quarta fila sō tutti pari . 2 . 4 . 6 . 8 . questi

Gli scacchi sono in tutto quatri cento et si dividono in due parti equali, l'una delle quali è tutta bianca, come uedete, et chiamasi la squadra de Caffi, l'altra è tutta nera, et chiamasi la squadra de pari, per le ragioni che hauete intese ne campi, et che intenderete ancora meglio.

Gli scacchi biachi, cioè, la squadra de caffi sono xxiiii a punto degli primi otto hanno la forma toda come uedete, et però si chiamono, Tondi.

i secondi otto hanno la forma d'un Triangolo, et però si chiamono, i, Triangolari.

Gli, ultimi otto contando questa, che si chiama la piramide imperfetta, o, uero Tricorta, della quale parleremo poi hanno la forma, d'un quadro, et però si chiamono, i, quadrati.

Ciascuno di questi xxiiii scacchi bianchi è segnato del medesimo numero che il campo sopra quale posa, come uedete alzandogli su a uno a uno, et così non potete errar nel porli ponendo ciascuno al suo luogo, cioè sopra al numero, di che è segnato.

Gli scacchi neri cioè la squadra de pari sono anch'essi xxiiii con la piramide loro, che si chiama la piramide perfetta, otto Tondi otto Triangoli, et otto Quadrati, posti al riscontro de biachi nemici loro, nel medesimo modo, et col medesimo, ordine ciascuno sopra il numero, di che è segnato.

Ora presuponendo, che uoi sappiate ottimamente almeno le tre,

spetie semplici delle proportioni, cioè multiplici super particolari, et super partienti, ho pensato di ridurueglj per ordine nelle proportioni loro, et uoi poscia ritornandoglj ne luoghi loro ciascuno in sul suo numero come stanno hora conoscerete facilmente da per uoi il tutto, et perche la piramide imperfetta de bianchi, o uero, tricorta segnato 190 la quale si tigne di color cilestro, si pone nel uigesimo capo, et la piramide, perfetta de pari segnato 91 la quale si tingne di color rosso, si pone, nel decimo nono, et cosi degl'altri scacchi tutti ma, auuertite, che se non sapessi le proportioni mi bisognerebbe tener un'altro ordine, et farmi da un'altro principio,

Car: Dite pur, che se questo loro sta bene, come penso io credo di saperle assai commodamente, ma io harei ben caro d'intender prima, se quei colori de gli scacchi bianchi, et neri, et quei delle piramidi cilestro, et rosso hanno sotto misterio alcuno, et quello uoglino significare, o, se pur ognuno li puo tingner à suo modo purche si conoschino, l'uno dall'altro.

Cos: E mi par ricordar, che i pari, come numeri piu imperfetti hanno anche il color nero piu imperfetto, et i caffi, come numeri maschi, et perfetti hanno il color biancho, et perfetto, ben che la piramide, pari per esser come uedete piu perfetta, ha anche il color, piu perfetto, ma perche io giudico, che questo non importe

molto, però nō ne dirò altro, et uerrò à quello, che importa, cioè
à mostrarui le proportioni loro, et prima cominciarò da Caffi
così, Considerate, Carlo, come io ho ridotto li 24 scacchi
bianchi della squadra de Caffi in sei righi à quattro per
rigo, uedete uoi.

Car. Benissimo et quasi m'indouino per che, ma seguitate pur, che mi
par, cominciare à aprir gl'occhi, et dite ogni minima particolarità

Cos. So contento, i due primi righi sono li gl'otto tondi, i quali
fanno la prima spetie della proportione, ciò è la multiplice,

N el primo rigo sono li quattro 3. 5. 7. 9. i quali sono, i primi
quattro numeri caffi, che l'uno, come penso sappiate nō è numero,
ma principio di numero, et si chiamono questi primi quattro
compagni, ò, uero fanti multiplici

N el secondo rigo sono li quattro 9. 25. 49. 81. i quali si
chiamono capi, ò, uero guide stando sempre nella translatio
ne, de nomi militari, nō essendo altro il giuoco come ne di-
mostraua, il nome, che una battaglia di numeri. Ora se uoi co-
parate et agguagliate, i numeri maggiori, cio è, i capi, ò,
guide à numeri minori cioè, à compagni, ò, fanti, ne nascerà
sempre, la prima spetie delle proportioni cioè la multiplice
Tripla per che noue che è il maggior numero contiene in se il 3.
che è, il minor tre uolte à punto precisamente

I secõdo nu$^{ro}$. cioè 25. cõtiene . 5 . è proportione quincupla, per che . 25 . cõtiene . 5 . cinq volte.
Il, terzo numero è settupla, p che . 49 . cõtiene . 7 . sette volte
Il quarto nu$^{ro}$ è nonupla, per che . 81 . cõtiene . 9 . volte
et così sõ forniti qͤ due righi, de tondi.
Ne duoi righi del mezzo cioè nel terzo, et nel quarto sono gli otto scacchi triangolari, i qali fanno la secõda spetie delle proportioni, cioè superparticolari, per che.
Nel primo sono qͤ. 4 nu$^{ri}$ 12 . 30 . 56 . 90 , che sono, i compagni et nascono da R, nu$^{ri}$ de i, due righi primi raccolti et raggiunti, insieme.
Nel secondo rigo sono questi . 4 . capi . 16 . 36 . 64 . 100 .
Il primo capo agguagliato al primo compagno fa la proportione, supparticolare sesquiterza, per che . 16 . contiene . 12 . una volta sola à punto, et di più una parte aliquota, cioè 4 . che è il terzo di . 12 .
Il secõdo capo col secondo cõpagno fa la supparticolare sesquinta, perche . 36 . cõtiene . 30 . una volta à punto, et di più 6 . che è parte aliquota di 30 . cioè il $\frac{1}{5}$ .
Il, terzo capo col terzo cõpagno fa la sesquisettima, per che, 64 . cõtiene . 56 . una volta, et di più . 8 . che è il $\frac{1}{7}$ di . 56 .
Il, quarto Capo col quarto cõpagno fa la sesquinona pche

100. contiene. 90. una uolta, et di più. 10. che è il nono di nonanta

Negl'ultimi duoi righi, cioè nel quinto, et nel sesto sono gli 8 quadrati cōtando la piramide, i quali fanno la terza, et ultima spetie semplice. cioè la sup partiente

Nel primo sono questi quattro numeri. 28. 66. 120. 190, i quali come s'è detto, si chiamono compagni, ò, fanti, et nascono dai $n^{ri}$ d'duoi righi del mezo cioè dal terzo, et dal quarto raccolti insieme.

Nel secondo, et ultimo rigo sono q' quattro, che si chiamono Capi, ò, guide. 49. 121. 225. 361.

La prima guida col primo fonte fa la proportione sup tri partiète, quarte, per che. 49. contiene. 28. una uolta intera à punto, di più. 21. che sono tre quarti di. 49, et $\frac{3}{4}$ nō è parte aliqta, ma bennata di parti aliquote,

La secōda guida col secōdo fante fa la supergna partiète seste, p che. 121. contiene. 66. una uolta à punto, et di più. 55. che sono, $\frac{5}{6}$ di. 66.

La terza guida col terzo fante fa la supsetti partiète ottaue per che, 225. contiene. 120. una uolta et di più 171. che sono sette ottaui di. 120.

La quarta guida col quarto fante fa la supnoni partiente decime, per che. 361. cōtiene. 190. una uolta, et di più. 171. che, sono, $\frac{9}{10}$ di. 190. come si uede manifestamète partèdo l'uno, et

l'altro, per 19 si come la passata si partiva in 15 l'altra, cio è, la seconda per 11 et la prima per sette.

Cosi havete veduto apertamete, che gl'8 tondi cassi fanno le prime quattro spetie casse della proportione multiplice, cioè Tripla quincupla, settupla Nonupla.

I Triangolari fanno le quattro prime spetie casse della proportione, superparticolare, cio è, sesqterza, sesqquinta, sesqsettima, sesqnonona.

I Quadrati fanno le prime quattro, spetie casse della supbpartiete, cioè, supertripartiete quarte, supquinq partiete seste, supsettime partiente, ottave, super nove partiente, decime, come potete veder qui inquesti sei righi.

Squadra Biancha de Cassi

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 7 | 9 | Fanti | Tondi |
| 9 | 25 | 49 | 81 | Capi | |
| 12 | 30 | 56 | 90 | Fanti | Triangoli |
| 16 | 36 | 64 | 100 | Capi | |
| 28 | 66 | 120 | 190 | Fanti | Quadrati |
| 49 | 121 | 225 | 361 | Capi | |

Multiplice — Superparticolare — Superpartiente

Car: Io gli veggo benissimo, ma inãzi procedeste più oltra, vorrei saper se, è nato à caso, come mi pare, ò pur è fatto à arte, che il primo rigo, et il secõdo, et il sesto, ciò è l'ultimo sono tti numeri caffi, et gli altri tre, cioè il terzo, quarto, et quinto son tti numeri, pari.

Cos: si può dire à caso, per che dà primi quattro in fuora che debbano esser caffi, come havete inteso, gl'altri, nascono così di loro ñã secõdo le proportioni che fanno.

Car: Vn'altra cosa vorrei saper, è mi pare, che tra'l secõdo rigo de tõdi, et il primo de Triangolari, siano le medesime proportioni, che tra'l primo dè triangolari, et il secondo, et similmente tra il secõdo dè triãgolari, et il primo dè quadrati siano le medesime proportioni, che tra'l primo et il secõdo de quadrati vorrei saper s'egli è vero, et se vuole importare niente.

Cos: crissº è ma quanto al giucar nõ si cõsidera, et però passeremo, più avanti, et vi mosterrò, come si debbino muovere, et comi[n]ciando, detto, che vi harò alcẽ cose delle piramidi.

Car: ò volete voi dir prima le proportioni, che fanno gli scacchi pari

Cos: ò mi parva necessario, per che voi gli potete accõciar nel medesimo, modo, da voi, in sei filari à quattro p filar, come questi, et cõsiderate in essi le medesime tre spetie semplici delle proportioni, riordinargli nel luogo loro, come stanno hora ciascº sopra il nuºro di che è segnato, come fo hora io di q. bianchi, ma bisogna, avvertir di porgli nõ solamẽte sopra i lor nu.ri ma sopra

le loro figure, cio è gli, scacchi Tondi sopra, i, capitodi, et cosi de=
gl'altri, et però sono segnati i, campi dei tre figur, come gli scacc=
hi, che vi hanno à star sopra, per cioche un medesimo numero si tr-
uoua, due uolte non solamēte negli scacchi d'una medesima squa-
dra, come tra pari ·6· et ·6· 25 et ·25· 81 et ·81· ma ancora tra qu-
elli d'una medesima figura come tra tondi neri ·4· et ·4· et tra
tondi bianchi ·9· et ·9· il quale nu^ro, 9 si truoua nella squadra
ancora de pari, come anco il 16 · 49 · 64 · come ciasc^o può ueder da
p se, et peruenendo alle piramidi.

Car: Di gratia nō ui paia graue raccōtar prima le proportioni, che
fanno gli scacchi pari, come hauete fatto di quelle de caffi

Cos: A me non è, graue cosa alc^a che ui piaccia, et le lassaua solo
p tema di non esserui molesto parēdomi cosa fastidiosa, ripli-
car tante uolte quasi le medesime cose ne medesimi modi coll'
ordine, medesimo, et però cominciai da caffi, et parēdomi
i, pari piu ageuoli ma poi ch'ui aggrada cosi, cosi si faccia.

La squadra nera de pari sono medesimamēte ·24· scacchi à
nu^ro cō la piramide.

I primi ·8· Tondi fanno la proportione multiplice.

Gl'·8· Triangolari la supparticolar. Gl'otto quadrati la
superpartiente.

Et riducēdoli in ·6· righi alla fila, come feci de caffi

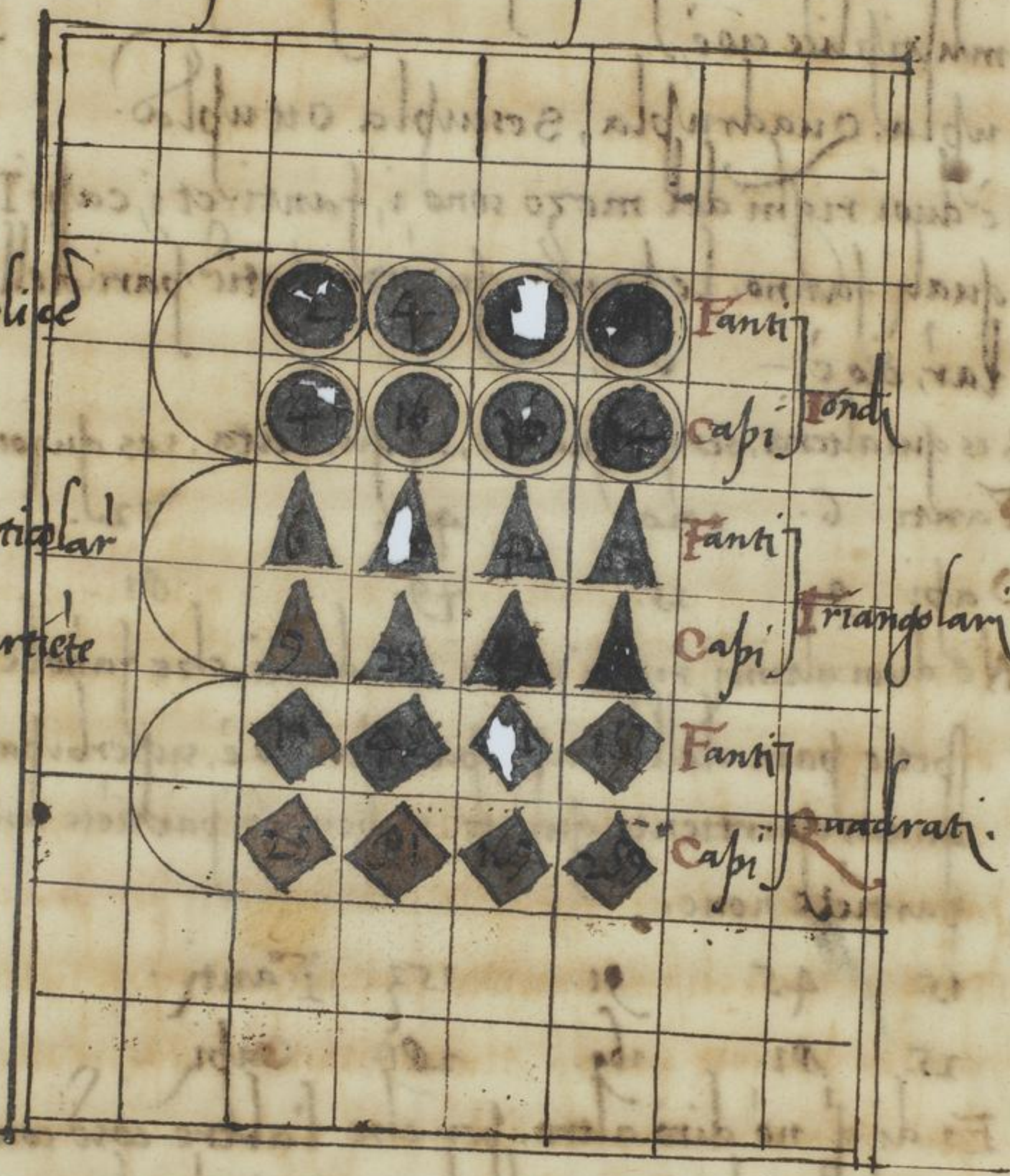
Nel, primo rigo sono i, primi quattro nu^ri pari i, quali si

chiamono, come sapete, fanti ò, compagni. 2 . 4 . 6 . 8 .
Nel secōdo rigo sono, i, quattro capi, à guide . 4 . 16 . 36 . 64 . &
questi, cō parti l'uno et l'altro fanno, come uedete, senza hauer à
replicar piu, le prime quattro spetie pari della proportione
multiplice cioè,

Dupla, quadrupla, sescupla ottupla.
Nè duoi righi del mezo sono i, fanti, et i, capi Triangolari i,
quali fanno, le prime quattro spetie pari della suppartico=
lar, cioè, –

Sesqualtera, sesquiquarta, sesquisesta, sesquiottaua
Fanti 6 . 20 . 42 . 72 .
Capi 9 . 25 . 49 . 81 .
Nè duoi ultimi righi sono i, quadrati, che fanno le prime quattro
spetie pari della superpartiēte, ciò è, superbipartiēte terze, sup=
quadripartiente quinte, super sestipartiēte settime superotti=
partiēte none,

15 . 45 . 91 . 153 . Fanti .
25 . 81 . 169 . 289 . Capi .

Et di q̄ nō dirò altro, per che l'altre cose conoscerete da uoi
con le medesime regole. ben ui ricordo, che non basta à sape=
re, q̄ste cose à uolere giucare, ma è necessario hauerle à me=
nte, come si dice, su per le dita, però considerategli bene da per
se, cosi, et poi tutti insieme pur in q̄sto medesimo modo .

Squadra Bianca de Cassi

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Multiplici | 3 | 5 | 7 | 9 | Fanti | Tondi |
| | 9 | 25 | 49 | 81 | Cassi | |
| Superparticolare | 12 | 30 | 56 | 90 | Fanti | Triangolari |
| | 16 | 36 | 64 | 100 | Cassi | |
| Superpartiente | 28 | 66 | 120 | 190 | Fanti | Quadrati |
| | 49 | 121 | 225 | 361 | Cassi | |

Credo, che uoi conosciate hora l'ordine mirabile di q° giuoco, et le proportioni, che in esso si cotengano, ma no saria forse male, ne fuor di proposito, che uoi Carlo cominciado da l'una delle squadre nominaste tutte le proportioni à una à una anzi che noi gli rimettessimo, nell'ordine loro dello scacchier, et per proceder più agevolmente, et più distintamente, cominciate, da Multiplici della squadra de Pari, et poi da Multiplici de Cassi, et così di mano in mano per ordine, nominado prima il minor numero, et poi il maggior, come, sta qui, et farete proportioni d'inequalità minor, che sapete non vi è differenza, se no nel considerarle, no altramete, che preso q° nu~ro qui, et cosideratolo per q° uerso è 16 et coideratolo per quest'altro è 91 et pur è il medesimo, et basta solamete metterui

inazi la prepositione sub come penso sappiate

Car: Beniss.º et però comincierò

| Pari Multiplici | | Caffi Multiplici | |
|---|---|---|---|
| 2 à 4 | subdupla | 3 à 9 | subtripla |
| 4 à 16 | subquadrupla | 5 à 25 | subquincupla |
| 6 à 36 | subsescupla | 7 à 49 | subsettupla |
| 8 à 64 | subottupla | 9 à 81 | subnonupla |
| **Pari superparticolari** | | **Caffi superparticolari** | |
| 6 à 9 | subsesquialtera | 12 à 16 | subsesquiterza |
| 20 à 25 | subsesquiquarta | 30 à 36 | subsesquiquinta |
| 42 à 49 | subsesquisesta | 56 à 64 | subsesquisettima |
| 72 à 81 | subsesquiottaua | 90 a 100 | subsesquinona |
| **Pari suppartienti** | | **Caffi superpartienti** | |
| 15 à 25 | superbipartiete terze | 28 à 49 | subsuptripartiete quarte |
| 45 à 81 | subsupquadripartiete qnte | 66 à 121 | subsupqnq partiete seste |
| 91 à 169 | subsupsesti partiete settime | 120 à 225 | subsupsetti partiete ottaue |
| 153 à 289 | subsupotti ptiete none | 190 à 361 | subsupnoni ptiete decime |

Cos: Piacemi, et cosi sta à punto come hauete detto, et però gli rimetterò negl'ordini loro, ne loro campi come uedete, et ui dichiararò come hanno a ire.

Car: Nò dicesti uoi di uoler dir prima nò so che delle piramidi

Cos: M'era uscita di mête, et però dico, che trouãdosi nella quãtità

discreta, come nella quantità continoua due sorte di figur piane cioè superficiali, che nõ hanno se nõ lunghezza, et larghezza, et solide cioè corporali le quali hãno tutte tre le misure, lunghezza, larghezza, et profondità; si come il Triangolo è principio delle figur piane, così la piramide è principio delle corporali, et nasce ciascũa piramide da una basa Triagolare, ò, quadrata, ò, di cinq. faccie, et così di mano inmano, ma lasciarmo andar, hora quello, che nõ fa al proposito, et parlermo solamẽte di q. due piramide et prima della perfetta.

Questa piramide è qui della squadra de pari, che si chiama pfetta, et è di color rosso è nata de primi sei n.ri quadrati, cioè 36 25 16 9 4 1 che uedete signati qui, le radici de quali sei quadrati, sono q. sei di qua 1 2 3 4 5 6 onde si chiama ancora la piramide di sei base ò, di sei faccie, et tante n'ha hauer, et chiamasi perfetta per che tutte quelle piramidi si chiamono pfette, le q. li uenendo da qual si uoglia basa, peruegono in sino all'unità, et qui si potrebbero, dire assai cose, ma non appartengono al giuoco, pò uego à l'altra

Car: Io uorrei prima saper due cose, l'una, che fa q.o 91 qui

Cos: Cotesto è assai euole, è il numero, che nasce de sei numeri quadrati della piramide raccolto insieme.

Car: Sta bene, la secõda è che uoi diceste dianzi, ch' l'uno nõ era n.ro ma principio di n.ro et hor mi par, che lo facciate nõ solamẽte n.ro, ma nu.ro quadrato et di piu, che uoi lo cotiate due uolte, una uolta p uno de sei quadrati, l'altra peruna delle sei radici

Tutto ha detto, et tutto è vero, perche l'uno è in potestà, et in virtù, no solamente tutti i numeri, ma ancora tutte le figure, onde ne seguita, che matto no sia, ne alcuna figura ne alcun numero, et però si conta due volte, una volta, come numero quadrato l'altra come radice.

Quest'altra piramide celestra della squadra de Cassi si chiama imperfetta, perche nasce da quei cinque numeri quadrati 64. 49. 36. 25. 16. i quali raccolti insieme fanno 190. le radici de quali sono e lati lato. 8. 7. 6. 5. 4. no perviene, insino all'ultimo quadrato cio è all'unità, ma ne mancono, tre cio è 9. 4. 1. et però si chiama tricorta, et se gli cne, mancassero quattro, si chiamarebbe quadricorta, et cosi di mano in mano et perche viene da cinque quadrati, si chiama ancora, la piramide di cinque faccie o base, et tante n'ha hauer, et finisce questa piramide nella sua cima, che è Ho in superficie, doue la perfetta per uenir all'ultima piramide, in potenza, cio è all'unità, forniua in un punto.

Ma tempo è ormai di muouergli, et fargli affrontar, et però ridotte tutte due le squadre in ordinanza ne luoghi loro, et ciascheduno scacche, sopra il capo segnato del medesimo numero, et con la medesima figura, dirai primieramente, che tutti gli scacchi cosi neri, come bianchi, et tanto i tondi quanto i triangolari et i quadrati si posso muouere

da tutti i lati per ciasc° verso, cioè inanzi indietro, da mā ritta da
māca, come il rocco negli scacchi, et di più angolarmēte, cioè p tra-
verso, come pigliano le pedone, o, più tosto, come vano i dalfini
et brevemente ciasc° scacho di q° giuoco va per tutti i versi, come
la donna negli scacchi, ma solamente in quei campi doue può
andar, come dirò hora, et per che i campi siano voti, perche in
q° giuoco nessuno scaccho può saltar, et andar sopra un'altro,
come fa il cauallo negli scacchi.

Ciasc° scaccho tōdo tanto de pari quāto de Caffi nō si può mai
muouer, se nō nel secōdo cāpo cioè in quello che gli è più vicino,
et che lo tocca perche è il secōdo da q̃llo, sopra il quale sta in modo,
che nō si può muouer mai più d'un cāpo, et cosi ogni scaccho tōdo
viene, à potersi muouer in un medesimo tempo in otto campi p
che siano voti, come vedete questo,

Ciascuno scaccho, Triangolar o, biāco o, nero si può muouer nel
terzo campo cōtando quello sopra il quale è cioè un campo, più
che i tondi, et cosi si potranno muouer in un medesimo sedici
campi se fussero voti.

I quadrati d'amendue le squadre si possono muouer nel quarto
cāpo, cioè più un campo, che i Triangolari, et cosi in un med=
esimo tempo si potrebbero muouer in 24 campi se tanti
vene fussero voti.

Le piramidi si muouono in 4 campi, come i loro quadrati

E da saper, che questi scacchi, che si possono muouer più discosto si possono muouere anco più presso secondo che torna meglio, et piace, più à chi giuoca uerbigra i Triangolari, che uanno tre campi possono anco andar duoi, et i quadrati si possono muouer, nel quarto nel terzo, et nel secondo per tutti i uersi, come s'è detto,

Ciascuno scaccho può pigliar, et tore ciascuno scaccho per il diritto cioè inanzi in dietro, da man destra, et da man sinistra, ma non mai angolarmente, et per il trauerso, come pigliano le pedone o, i, dalfini, et così hauete ueduto oltra l'altre cose, come si pongono gli scacchi, et come si muouono. Hora uedrete per alcune regole, come s'hanno à pigliar et per conseguente à guardar delle quali la prima è questa

Regola

Qualunche numero d'una delle due squadre riscontrand nel muouersi, et andar suo il medesimo numero à punto della squadra nemica, quelli à chi tocca à ire lo piglia, et toglie, come se il 9 ò il 16 ò il 25 ò qualunche altro numero della squadra de pari riscontrasse nel moto suo il 9 ò il 16 ò il 25 ò qualunche altro numero, che fusse il medesimo della squadra de caffi quello c'ha la squadra de pari lo piglia, et guadagna et così per il contrario

Regola

Qualunche duoi numeri d'una medesima squadra metteranno in mezo, et racchiuderanno qualunche numero della parte auuersa, in qualunche modo eccetto che per il trauerso, se i duoi numeri

della medesima squadra raccolti, et aggiunti insieme fano à puto il n.ro racchiuso della squadra contraria lo fanno priggione et lo tolgono, come se il. 7. et il. 9. della squadra de caffi hauessino in mezo et racchiuso il 16. della squadra de pari, o, l'otto, et il 20. de pari il. 28. de caffi et cosi di tutti gli altri simili. Et qui è da notar, che in questa regola quel, che uince nõ entra nel luogo di quel che è uinto, come nella passata cioè, piglia lo scaccho racchiuso, senza apporre in quel luogo, donde lo leua, alcuno de suoi et in quel di sopra il uincitor pone il suo scaccho nel luogo dõde leua quello dell'auuersario, come si fa sempre negli scacchi.

Regola iii.

Qualunche duoi n.ri d'una medesima squadra metteranno in mezo, et racchiuderano qualunche n.ro della squadra opposta, in qualunche modo, eccetto, che angolarmẽte, et per il trauerso, come s'è detto nella passata, se i duoi n.ri della medesima squadra multiplicati l'un cõ l'altro, faranno à pũto il n.ro racchiuso, della parte auuersa essi lo piglono, come s'el. 2. et l. 8. della squadra de pari hauessono in mezo il. 16. della squadra de caffi, o. il. 3. et il. 5. della squadra de caffi, il. 15. della squadra, de pari, o, i duoi. 9. l'81 in questo modo, che uedete, o, per questo altro, uerso et cosi degl'altri, et anco in questa regola il uincitor nõ si pone in luogo del uinto, la qual regola nõ fu posta dal fabbro ma aggiunta poi oresime,

Regola iiii.

Sono, i campi uoti, che sono tra qualunche, duoi nri di squadri nemiche, inequaliche modo, eccetto, che per il trauerso multiplicati per il minor nro farano il maggior a punto il minor de l'una parte piglia, et guadagna il maggior dell'altra, come chi se tra il 3 de Caffi, et il 6 de pari fussero in mezo due campi, uoti, o, per questo uerso o, per quest'altro il 3 guadagna il 6 et cosi tra il 3 et il 9 ui fussero tre campi uoti, similmente, tra il 2 de pari, et il 12 de Caffi fussono in mezo 6 campi uoti, o tra il 16 et otto il minor guadagna il maggior, et cosi in tutti gl'altri, in questo modo non si possono pigliar i nri primi, et i composti, come 5 7 perche nessuno nro gli multiplica, dall'unita in fuori, che gli multiplisca uni.

## Regola

Saper il nro de campi uoti tra due scacchi di diuerse parti, si partira il nre maggior, et la parte aliquota delle diuisioni, o, l'auanzo sara duplo al minor il maggior nro piglia, il minor essempio. Quando la parte aliquota della diuisione, sara il doppio piu del minor, ponghiamo che tra il 2 de pari, et il 16 de Caffi siano, in mezo, o, per questo uerso, o, per quest'altro quattro campi uoti, dico, che il 16 piglia il 2 perche 4 che e la parte aliquota della diuisione e dupla il minor, nro cioe al 2 essempio. Quando l'auanzo della diuisione, sara il doppio piu, poniamo che tra il 3 de Caffi,

et il 20 de pari siano 7 campi noti, dico, che il 20 piglia il 3 per che il 16 che rimane, che è il superfluo della divisione è dupla, à 3 et cosi se tra il 2 et il 49 fusseno cinque campi noti il 49 piglia il 2 et similmete di tutti gl'altri et il medesimo interviene, s'el nro aliquoto di detta divisione è quadrato, ò, cubico, nato, della multiplicatione del minor nro in se stesso, come se tra il 3 bianco et il 45 nero fussero in mezo 5 campi noti, il 45 piglia, il 3 per che il nro aliquoto della divisione cioè 9 è nro quadrato, et è nato dal minor nro cioè 3 multiplicato in se stesso, per che 3 è la radice di 9 et cosi di tutti gl'altri simiglianti, et in questa regola ancora nò si pone il vincitor nel luogo del vinto laquale fu aggiunta dal Castrense, per aiutare il numero maggiore

## Regola VIII

Se è la bassa maggior della piramide perfetta, cioè se lo scaccho segnato 36 il quale è ne Triàgolari della squadra de Caffi, riscòtrerrà nel muouersi la piramide perfetta, egli la piglia, et guadagna, et cosi per il rouescio, cioè se la piramide pfetta nel muouersi, et andar suo riscontrerrà il 36 lo toglie, et guadagna, similmète, se la basa maggior della piramide Tricorta, cioè lo scaccho segnato 64 il quale è ne todi della squadra de pari, riscontrerrà nel moto, et andar suo la piramide imperfetta, egli la toglie, et cosi per il còtrario, se è, riscòtrato da lei riman prigione, et in questa regola si pone il

uincitor nel luogo del uinto; Et, anco da notar, che questa regola in quanto alla sua prima parte è piu utile per la squadra de Cassi, et per quella de pari. Concio sia cosa, che la basa maggior della piramide perfetta, cio è . 36 . è ne i Triangolari della, squadra de Cassi, et la basa maggior della piramide imperfetta, cio è . 64 . è ne, i, tondi della squadra de i, pari et cosi la basa triangolar, cio è . 36 . può offender piu, che la basa . 64 . perche i, Triangolari, uanno piu campi, come s'è ueduto, che i, tondi.

## Regola vij

Se qual si uoglia numero d'una parte auuersa, Multiplicato per i, campi uoti, che sono in mezo tra lui è piramide côtraria farà à punto la maggior basa della piramide, la piramide, rima presa, onde se fra il . 16 . ch'è ne tôdi de pari, et la piramide Tricorta segnata . 190 . fusseno in mezo . 4 . campi uoti, il . 16 . piglia la piramide, Et se tra l . 12 . et la piramide, perfetta segnata . 91 . fusseno . 3 . câpi uoti . il . 12 . la guadagna, in quanto nô si pone il uincitor in luogo del uinto.

## Regola viij

Qualunche delle base minori dell'una, et dell'altra piramide, la riscôtra nel muouersi, la piglia, et cosi se sono riscontrati, da lei, sono prese, come nella sesta regola. Et notate. che tutte le base della piramide imperfetta de Cassi cio è . 64 .

49 . 36 . 25 . 16 . sono nella squadra nera de pari, et
ut le base della piramide perfetta de pari dal . 4 . infuori cioe
36 . 25 . 16 . 9 . sono nella squadra de Caffi, et in questa regola
si pone il uincitor, in luogo del uinto .

## Regola . ix .

Qualunche numero d'una parte multiplicato per i campi uoti tra
lui, et qual si uoglia piramide auuersa, farà à punto una
qualche si sia delle sue base la piglia prigione à tanti peri=
coli, sono sotto poste, et da tanti nemici s'hano à guardare queste
dece misure, et euenturosissime piramidi.

## Regula . x .

Ciascuna delle due piramidi, sendo lontana da qual si uoglia
delle sue base per tanti campi uoti quante unità sono nella
radice di quella basa la piglia, onde se la piramide imper=
fetta, fusse discosto dal . 64 . otto campi uoti il . 64 . rimane
prigione, per amor della basa . 64 . la cui radice è . 8 . che è
8 . unità, et cosi se fusse lontana dal . 49 . 7 . campi uoti
il . 49 . rimane suo prigione, perche sette è la radice della
basa . 49 , et dal . 36 . sei campi per amor del . 36 . et dal .
25 . 5 . per amor del . 25 . et dal . 16 . 4 . per amor del . 16 .
per che . 4 . è la radice di . 16 . et cosi se la piramide perfetta
fusse discosta dal . 25 . de Caffi cinque campi uoti, il . 25 . ri=
man preso, ò dal . 9 . Tre campi per amor del . 25 . et del . 9 .

de quali cinq. et .3. sono radici, et in q^a regola, et nella passata, non si pone il uincitor nel luogo del uinto, la qual fu aggiunta dal Castrense per dar aiuto alle piramidi mediante, i, capi del mezo.

Regula xi.

Qualunche n^ro, è in modo circondato dagli auuersarij ch' nò si può muouer in parte alc^a à dirittura, cioè nè manzi nè indietro, nè da man destra, nè da sinistra rimane loro prigione, et chiama esser caduto nella fossa, ò uero pelago di aritmetica, come uedete q^o qui, et anco in q^a regola nò si pone il uincitor in luogo del uinto,.

Regula xij.

Qualunche n^ro comparato à qualunche altro n^ro della parte auuersa, il quale però gli sia à lato immediate à diritto, cioè in ogni modo, eccetto che per il trauerso, farà quella medesima proportione, che egli, ò gli altri della medesima figura fanno nella loro squadra propria, lo piglia, et nò importa, che lo scaccho della parte auuersa nò sia della medesima figura, et in q^a ancora nò si pone il uincitore, in luogo del uinto, la qual fu aggiunta dal Castrense.

Ora, nò ci restando altro che il fine, passarò alle uittorie qui harò ricordato, che nò basta saper q^e regole se nò si mettono in pratica col giucar, che l'uso è quello che è il uero maestro in

ogni cosa et conoscerete da uoi per la esperienza molte cose
come interuiene à me, le quali non si possono insegnare
in un certo modo, ne si debbono, se gia non uoleste dimandar
d'alcun dubbio sopra le cose dette, non mi hauendo uoi interrotto
mai.

Car. Parmi hauer inteso ogni cosa, solo uorrei saper, perche in
alcune dicesti questa aggiugne oresme, ò, fu aggiunta da Castrense

Cos. Dissi cosi, perche mº Iacopo fabro non le trouo egli, quando fece il
giuoco, ma furno poi aggiunte da quei duoi, et se ne potrebbe
per auuentura aggiugner delle altre, ma al Varchi parua
che queste bastassero, et io per far il numero pari n'ho lasciata una
d'oresme, forse per non intenderla à mio modo, pur se uolete
la dirò, et uoi la potrete considerar piu da uoi.

Car. Ditela, che non può nuocere.

Cos. Io uela uoglio dir latina, come era in su quel foglio

Si uicunque numeri, qui cum spacijs uacuis interiectis
multiplicati bases pyramidum efficiunt, auferant
pyramides: et simul, omnes tetragonos partis aduersae,
ex quibus tales pyramides constant.

Car. Le parole mi paiono assai agevoli et chiare ma non ne cauo
bene il senso.

Cos. Molte uolte interuiene cosi.

Car. Dite al meno l'oppinion uostra, et quel pensate uoglia dire

Questo, farò io uolentieri, ma perche potri ingannarmi,
et ognuno uuole piu tosto il giuditio suo proprio, che qu=
ello, d'un altro, però hò pensato di darui, anzi ui par=
tiate, tutte queste regole, che furono mandate scritte col giu=
oco, et uoi potrete uederle da uoi, et mostrarle ad altri, che
forse, ò uoi, ò, d'altri l'intenderete altramente, et io ho caro
che la uerità si cognosca, et imparar la da ognuno, ma
per tornar donde partii, credo che quella regola s'habbia
a intender cosi.

ogni uolta, che duoi numeri d'una medesima squadra multi=
plicati per i numeri de campi uoti, che sono nel mezo far=
anno, due delle base della piramide, percioche tolgono
no solamente la piramide, ma tutti i numeri quadrati de quali
è composta quella piramide, come se fra'l .2. al .8. fussino
in mezo, otto campi uoti, quelli che ha la squadra de pari pi=
gliarebbe no solamente la piramide de caffi, ma di piu tutti i
quadrati, cioè gli scacchi segnati 64. 49. 36. 25. 16.
i quali sono le base. di che è composta la piramide imperfetta.
et se tra il .3. et il .12. da caffi fussino .3. campi uoti quelli
che ha i caffi pigliarebbe. no solamente la piramide perfetta
de pari, ma di piu tutte le sue base cioè gli scacchi segnati.
36. 25. 16. 9. 4. et in questa regola, come uedete, non si
pone il uincitor in luogo del uinto.

Ma uenēdo omai finalmēte al fine di q° giuoco, et del ragionamento, nro, dico, che la uittoria cōsiste in chi prima harà fatto in su campi della parte nemica quella marauigliosiss.a proportionalità, che si chiama Medietà, o, equalità, o, armonia grandiss.a et perfettiss.a laquale è cōposta di. 4. nri in proportione geometrica, cō tre interualli, et ha in se tte tre le medietà, ciò è artimetica, geometrica, et Armonica, et oltra q° si truouano in lei tte le cōsonanze musiche, et perche io presupp porgo, che uoi sappiate non meno le proportionalità, che le proportioni, senza le quali nō si può uincer, il giuoco, cosi, come senza le proportioni nōn si può giucar, però non ui dirò altro di loro, se nō che in q° giuoco l'armonia grandiss.a et perfettiss.a s'intēde, et si piglia un poco più largamente ciò è ogni uolta, che saranno quattro nri à la fila purche il primo sia minore, del secōdo, et il. 2°. del terzo, et il. 3°. del. 4°. tra quali si truouino, tte le tre medietà dette, et quelli, che ne campi del nemico ha prima raccozati, et messi insieme q° quattro cosi fatti nri, in qualunche, modo, ciò è per tti, i, uersi etiamdio angolarmēte, et per il trauerso perche siano immediati alla fila l'uno à l'altro, si dice, hauer uinto, et q.a si chiama uittoria pma, et uera, et maggior, ma, qn per nō essersi psi degli scacchi nemici, ò, per hauer perduti de suoi nō si può far q.a grandiss.a et pfettiss.a

Armonia basta à uincer far ne campi auuersi in quel
modo, che s'è detto, l'armonia minor laquale è ogni uolta che
fra quattro n.ri de quali l'uno sia sempre maggior dell'altro
come di sopra s'è detto, si ritruouono due medietà qualunche
si siano, cioè l'Artimetica, et Geometrica, ò, l'aritmetica, et
Musica, ò la Geometrica, et Musica, et quà si chiama uittoria
secōda, et Minor. Et notate, che gli scacchi acquistati nel
giucar seruono à colui, che gli ha presi, et l'aiutono ad
otener la uittoria tanta maggior quanta minor, per
che secondo alc.i basta à uincer fare una delle due, benche
la prima è piu gloriosa, è ben uero, che nella prima, è uera
uittoria quà si fa l'armonia grandiss.a gli scacchi presi
nō si possono porre altroue, che nel luogo loro, secōdo alc.i, cioè
nel campo segnato del n.ro et figura loro: Ancora douete notar,
che nell'una squadra, et nell'altra sono assai n.ri, che possono
far la medietà Aritmetica, et Geometrica, ma à uolere far
la musica è di bisogno quasi sempr. acquistar una della par=
te, cōtraria, et dicono alc.i, che ponēdolo per seruirsene
à cōseguir la uittoria s'ha à notificar à lo auuersario, per
che, nō si può poi leuar di quiui, nè esser tolto dallo auu=
ersario; Et parendomi hauerui detto tutto quello, che è neces
sario, à questo giuoco, et quanto io ne so farò fine, ricordādoui

pò, che in molte cose, come havete veduto, et come vedete nel giu
car, è simile al giuoco ordinario delli scacchi, per che molte volte
il levar uno scaccho d'un luogo è cagione di prendere uno, che
prima no si poteva torre, et cosi tal volta sene cuopr' uno, che
prima si poteva torre. ma à q̃, et ad altr' cose simiglianti bisogna
la pratica, che andr'mo nello infinito, et nō dubito, che t̃to quello ho
detto si potrebbe ristringner' in poche parole, ma vi ho voluto mostrar;

Carn: No fate senza meco, che à me pare habbiate brue et che sia
il vero, vi priego, che vogliate darmi ancora qualche avvertimēto,
circa à l'andare cō gli scacchi, et il guardargli, et di più mostra=
rmi, qualcuno di q̃ vittorie maggiori, et minori, che nō mi par
mi manchi null' altro.

Cos: Quanto à gli avvertimenti, che sono quasi infiniti, et molto,
più senza cōparatione, che negli scacchi nō credo sene po=
ssa, dar regola ferma, et bisogna, come vi ho detto più volte
l'essertitio che ciasc° gli ritruova. et fa da se secōdo la prō=
teza, dell' ingegno, et la pratica, pur è da veder' primiera=
mente, oltra l'altre volgari, et facili osservationi di nō per=
der mai nessuno di quegli scacchi i quali possono fare
l'Armonia grandiss.ª et perfettiss.ª, et per il contrario in-

gegnarsi cō ogni industria di torre quelli all'auuersario coi quali potrebbe far detta Medietà in acquistar la prima et uera uittoria, o, almeno torgli di quegli, che potrebbono, seruir à te à far la detta uittoria, È ancora da cōsiderar, che qn l'auuersario muoue alc̄a delle base della sua piramide, ella nō sia in luogo, doue possa esser prsa, o, cadere in pericolo, bisogna ancora por mēte in quali luoghi l'auuersario, pone, i, nri per far l'Armonia, et uincere per potergli occupar, i, luoghi, doue la potrebbe far, co, i, tuoi scacchi, bisogna ancora, ma io entrarrei in un mare sēza fondo, et senza riua. à uoler uenir à particolari, che nō si possono conprnder, et però uengo alle uittorie.

Molti sono, i, nri fra amendue le squadr, co, i, quali si possono, fare le uer, et maggiori uittorie per l'una parte, et p l'altra, et così le secōde, et minori, il che uedrà manifestamēte, ogn'uno, ch'ha memoria, come mi par, che uoi habbiate, le proportioni, et proportionalità, et regole da trouare, i, mezi termini cō quelle altr proprietà d'esse, et però io l'accōciarò solamēte qui senza altra dichiaratione et prima cominciaremo da q̄a squadra nera de pari, et

trouarremo le uittorie prime, et uer., doue sono tutte tre le medesime, poi quelle de Caffi, et poi le minori.

Vittrie prime, et maggiori.
della squadra de Pari.

| Aritmetica | Geometriche | Armoniche | |
|---|---|---|---|
| 2 . 3 . 4 . 6 . | 2 . 4 . 6 | 2 . 3 . 4 . 6 . | 2 . 3 . 6 . |
| 4 . 6 . 8 . 12 . | 4 . 8 . 12 | 4 . 6 . 8 . 12 . | 4 . 6 . 12 . |
| 6 . 8 . 9 . 12 . | 6 . 9 . 12 | 6 . 8 . 9 . 12 . | 6 . 8 . 12 . |
| 4 . 6 . 9 . 12 . | 6 . 9 . 12 | 4 . 6 . 9 . | 4 . 6 . 12 . |
| 2 . 9 . 16 . 72 | 2 . 9 . 16 | 2 . 9 . 16 . 72 | 9 . 16 . 72 |
| 2 . 4 . 6 . 12 | 2 . 4 . 6 | 2 . 4 . 6 . 12 . | 4 . 6 . 12 . |
| 3 . 4 . 6 . 8 | 4 . 6 . 8 | 3 . 6 . 4 . 8 . | 3 . 4 . 6 . |

Vittorie prime, et Maggiori
della squadra de Caffi

| Aritmetiche | Geometriche | Armoniche | |
|---|---|---|---|
| 3 . 5 . 15 . 25 | 5 . 15 . 25 | 3 . 5 . 15 . 25 . | 3 . 5 . 15 |
| 4 . 9 . 45 . 81 | 9 . 45 . 81 | 3 . 9 . 45 . 81 | 3 . 9 . 45 |
| 5 . 25 . 45 . 225 | 5 . 25 . 45 | 3 . 25 . 45 . 225 | 25 . 45 . 225 |

Vittorie seconde, et minori

| Aritmetiche | Geometriche | |
|---|---|---|
| 5 . 15 . 25 . 45 | 5 . 25 . 45 | 5 . 15 . 45 . |
| 12 . 15 . 16 . 20 | 12 . 16 . 20 | 12 . 15 . 16 . 20 |

Et cosi uolendo zene potribboro trouar dell'altri, bastino à noi questi per hora, doue notarete, che nelle uittorie grandissime de pari, sempre ci è tre minori, che sono nella squadra de pari, et uno nella squadra de Caffi, eccettuata però quella. 2 · 9 · 16 · 72 · che sono tutti nella squadra, de pari, et però dissi disopra quasi sempre, et non sempre assolutamente, come uedrete nelle regole, che ui darò, et per il contrario in quelle de Caffi sono sempre tre minori, che si truouono nella squadra de Caffi, et uno in quella de pari

Notarete ancora, che la proportionalità geometrica le piu uolte, è discontinoua, come uedete, et non ui restando altro à dire, che io mi ricordi, farò qui fine inuitandoui à giucare questo carnouale, ogni di, benche à questo giuoco si puo fare anche di quaresima, se gia Iacopo non uolessi hora giucar un giuoco, non tanto, per che uedreste uoi, quanto per riscontrare, se io ho sbagliato, ò detto à rouescio cosa nessuna, pure io mi confido che egli è stato à tento sempre, et non mai detto nulla.

Iacopo. Anche hauete uoi sodisfatto in questo come nelle altre cose cioè ottimamente, et non mi resta se non un dubbio quasi fuor di materia, et questo è, che essendo questa uoce sesqui, uocabolo latino con ... che, i, greci non l'haueuano in una parola, come non l'habbiamo, ancora noi, et significando sempre, ò, da se, ò in compositione

altrettanto, et la metà più, che i greci dicono Hemiolio, et noi

nè i numeri mass.te una uolta, et mezo, in che modo si può dire, sesquiterza sesquiquarta, et cosi gl'altri

Cos: Io haueua anch'io cotesto dubbio medesimo, ma oltra, che tutti quelli, che parlono delle proportioni l'usino cosi, io mi ricordo hauer letto in Cicerone, nō mi souuiene hora doue, credo nel libro di Universitate, ch'egli usa questi due cosi, sesquiterza et sesquiottana. Ma ecco à punto qua uro padre, che ci potrà cauare di dubbio, et M.o Franc.o del Garbo, o che uentura grande, è questa. rizziamoci, et andiamo loro incōtra à salutargli, et riceuergli.

Il fine

Richimmachria

Prima regula, moueri possunt calculi undecunq; i. ante, et retro, dextrorsu, et sinistrorsu, et angulariter, hoc tn in uacuos campos, i. per medium uacuum.

Secu(n)da regula rotundi calculi solu moueb(un)t in secu(n)du locu, proxima illis sedem, Trigoni uero moueb(un)t in tertiu campum, quadrati in quartu, ita quod q possunt moueri in longius moueatur in propinquis.

Tertia regula, calculus potest calculu capere atq eum toller in cessu retro, i. ante retro sinistrorsum dextrorsum, et no algulariter.

Quarta regula, numerus partis aduerse si aliu numerum, partis co(n)trarie eiusdem qua(n)titatis numerice in suo cursu, et motu offendat, aufert illu ac tollit.

Quinta, si duo numeri eiusdem aciei circu(m)ponat(ur) proxime, numero partis aduerse et illu uinca(n)t, et additi co(n)stituat, et equet, auferut ac tollut illu.

Sexta, si duo numeri eiusde partis circu(m)ponat(ur) proxime, numero co(n)trarie partis, et inter se multiplicati illu co(n)stituant, et equet, auferut illu. hanc no ponit faber, sed bene Oresmes.

S eptima, si campi uacui inter duos numeros partiu oppositarum inclusi per minorem numerum multiplicet, et maiorem ad equatem constituant, aufert maior numerus contrarie partis a minori numero alterius partis, hoc modo non possunt capi numeri primi, et incompositi -

O ctaua, si per numerum camporum inter mediorum, dummodo sint uacui, maior numerus diuidat, et aliquota pars diuisionis, ut superfluum fuerit numerus duplus ad minorem, aufert ac tollit minor numerus oppositus Idemque contingit, si numerus, qui est aliquotus in tali diuisione fuerit quadratus, aut cubicus ex multiplicatione minoris in se ipsum resultans, hoc octauam addit Castrensis, ut numero maiori det uiam tamen ex campis inter iacentibus uacuis.

N ona, si maxima pyramidis basis, scilicet 36 ut 64 in suo cursu pyramidem inueniat eam tollit, si tamen offendat, a pyramide tollitur basis, hec regula quo ad primam partem magis utilis est pro imparium acie quam parium.

Q uia pyramidis parium est 91 et eius maxima basis, 36 que locata est in trigonis imparium, se pyramidis

imparium est .190. cuius basis max$^{ma}$. est .64. que est in rotundis parium, et itam in pluribus potest offendere Trigona, quam rotunda.

D ecima regula, si numeris partis aduerse per campos uacuos interiectos inter piramidem, et illum multiplicatus maxima basi, piramidis constituat, piramidem tollit.

B. D uodecima, si numerus partis aduerse per campos uacuos medios inter piramidem, et illum multiplicatus aliquam piramidis basi constituat, tollit piramidem, heu piramidum tot periculis, obnoxie. omnes bases piramidis imparium, sunt in acie parium. s. 64. 49. 36. 25. 16. sed bases piramidis parium, s. 36. 25. 16. 9. sunt in acie parium, non tamen. 4.

A. Vndecima, si bases minores piramidem minorem offendat in suo recto cursu, auferunt illam, et si offendunt a piramide, tollunt ab ea.

D ecima tertia, quelibet piramidis distans a quauis suarum basium per tot campos uacuos, quot sunt unitates radicis illius basis tollit basim illam. Vnde notabis, quod quelibet

basis alicuius piramidis et numerus quadratus. Hec regula addita est à Castrense, ut campis inter medijs piramidis adiuuetur.

Decima quarta, quicunque numerus, cui, ut recto calle dimoueat, omnis dempta est potestas ab aduersarijs circũdantibus, tollit ab illis, et tunc dicit incider in foueam aritmeticam, seu pelagus.

Decima quinta, quicunque numeri, qui cũ spacijs uacuis interiectis multiplicatis bases piramidũ efficiũt, auferunt piramides, et simul des tetragonos partis aduerse, ex quibus tales piramides cõstant hãc ponit oresmes.

Decima sexta, quicunque numerus cũ nro partis aduerse recto calle in mediatũ campum tenente, eã fecerit proportioné quã in propria acie ipse, uel alij eiusdem figure faciunt tollit cũ: intelligo per figurã rotundam, Triangolarem uel circularem, niehil tñ refert an calculus partis aduerse eiusdem sit figure, uel: nõ hanc addit Castrenses,

Decima septima, qui tendit ad uictoriã sũmopere studeat in cãpis aduersis maximam, et perfectã

Harmonia costituer. q quatuor costans n[ris] ceteras in se tres continet · s · Geometricam, Aritmeticam et

Armonicam, et insuper oẽs musicas proportiones, et consonantias,

Decima ottaua, si calculis per incuriam perditis, aut per predam non acqsitis fieri no potest Harmonia, quarum utraq est tribus costant terminis, et hoc siue per angulos · siue per rectu fiat dumodo in omnibus his uictorijs isti calculi sint sibi proximi, et immediati, ut nullus aduersariorum possit inter eos ingredi.

Decima nona, in utraq parte satis magna copia numerorum, est ad efficiendum Arithmeticam medietatem ad Armonicam uero necesse est unu acqrere per predam, et si hunc posueris primu, ut aliquem aliu indicandus, est aduersario, qa no liceat postea illu ex illo loco, trahi neq ab aduersario auferri.

Sentiones a primo obseruadae

Prima, Cautio est numeri, quibus max.ma Harmonia fieri potest, sunt semper ab oni periculo obser.di et max.mo opere adniti, ut oppositę aciei numeros, qbus Harmonia illę pt cōstituere adgras, et etiā numerū, q tuis numeris posit prodesse.

Secunda, qn bases piramidū ab aduersario moueat, semp spectato ad tuā pyramidē, ne sit obnoxia alicui periculo.

Tertia, dum ponat aduersarius numeros ad faciedā Harmoniā, et procurandū, ut occupet loca, in quibus illę facere potest Harmoniam,

Quarta, si uolueris scire, an poteris facer cu tuis numeris medietate, arithmeticā cape duos numeros, et illos iunge, et aggrgati dimidiū erit inter eos medius numerus in arithmetica medietate, et si tu habes illū facies.

Quinta similiter procieda medietate geometrica. cape duos numeros, et multiplica unū per aliū et resultātis cape radicē qdratā, et talis radix, erit eor numeror medius nrus in geometrica medietate. et si non fuerit radix quadrata non erit talis medietas geometrica. Sexta datos duos nros. adde, et iunge, et aggregatū serua, et illor duor multiplica unū per aliū et productū, ex multiplicatione dupla, et duplatum, diuide p aggrgatū seruatum, et q prouenit aliquotus in diuisione est primor dator numeror in Harmonica proportionalitate medius. Exemplū 2. et 6.

ni faciunt 8 additi, multiplicati vero faciunt duodecim, istud duplatum, facit xxiiij qui numerus 24 si dividat per 8 provenit aliquotiens 3 dico tunc, quod 3 est medium inter 2 et 6 immedietate Harmonica, sic ponendo 2 3 6

Septima, si hoc modo quemadmodum, Quarta Q[illegible]d, et Sexta cautiones docent non inveneas numeros integros, et aptos suas numeros datos nullos haberi in illa proportionalitate, quam queris, et iste regule sunt pro victoriis minoribus, ubi Harmonia maxima non potest fieri.

Octava, animadverte quod cetera fere omnia sunt in hoc calculorum certamine sicut in angulari scaccorum ludo, ita, ut calculus, alium calculum tollat, propter inter medii calculi e loco suo amotione, et ita manet calculus oppositus in loco in quo per regulas precedentes tolli potest. Et nota quod aliqui ponit victor in loco victi, et aliqui non, ut ex pratica patere potest, erit capus prelii decem quadratorum ex parte longiori et octo quadratorum in latitudine, et additus est unicus ordo quadratorum Quia aliàs est capus acierum arctissimus, ut experientia comprobavimus.

Se di 3 quantità continoue geometriche proportionali ti si an note la prima, et la seconda parte potrai trovar la terza incognita, nel far

cosi quadra la secõda parte et partila p la prima, et quello, che te ne uene, è la terza ecco lo essempio · 2 · 4 · multiplica · 4 · fa · 16 · partilo per il · 2 · che è, la prima parte, ne uiene · 8 · et · 8 · è la terza figura in proportione, à 2 · 4 · 8

dupla dupla

Se di · 3 · quãtità proportionali cõtinoue geometriche ti sian note la 2ª. et la 3ª. parte trouerrai la prima incognita, cosi, quadrata la 2ª. et il quarto parti per la 3ª et quello, che te ne uiene è la prima parte incognita essempio · 4 · 8 · multiplica · 4 · che è la secõda parte in se stesso fa 16 · et pa per · 8 · che è la 3ª. parte, ne uiene 2 · et · 2 · è la prima parte che t'era incognita · 2 · 4 · 8 ·

dupla dupla

Se di · 3 · quãtità proportionali cõtinoue geometriche ti siano note la prima et la · 3ª. trouerrai la loro medietà, cosi, multiplica l'una nell'altra, et il quadrato di quello, che ne uiene è la medietà, essempio · 2 · 8 · multiplicato fa 16 · et la radice ò, uero il quadrato di · 16 · è · 4 · et · 4 · è la medietà fra 2 · et · 8 ·, che ne uiene à esser la secõda parte che t'era incognita · 2 · 4 · 8

dupla dupla

Se di quatro quãtità proportionali cõtinoue, et discõtinoue geometriche, la prima secõda, et terza ti siano note

trouerrai la quarta, multiplicãdo la 2ª, et la 3ª in=
sieme, ptendo quello, che tene viene per la prima, et qllo,
che ne risulta è la 4ª quantità, che ti macaua, essempio
1a 2a 3a
2 · 4 · 8 · multiplicãdo · 4 · uia · 8 · fa · 32 · ptito p · 2 ·
che è la prima quãtità resta · 16 · et tanto è la 4ª fig=
ura, 2 · 4 · 8 · 16 ·

Se di · 4 · quãtità proportionali simili geometriche la
pª · 2ª · et 4ª · ti fussin note trouerrai 3ª multiplicãdo la
prima cõ la 4ª · et partẽdo p la 2ª · et quello che ne
viene è la terza · che ti mancaua · essempio 2 · 4 · 16
multiplica · 2 · uia · 16 · fa · 32 · parti in · 4 · che è la
secõda ne viene · 8 · et · 8 · è la terza quãtità che ti
mãcaua · 2 · 4 · 8 · 16 ·

Se di · 4 · quãtità proportionali simili geometriche · la
pª · 3ª · 4ª · ti fussino note, trouerrai la · 2ª · che ti mãcaua
multiplicãdo la 1ª · et la 4ª · et partẽdo p la 3ª · essem=
pio, 2 · 8 · 16 · multca · 2 · uia · 16 · fa · 32 · parti
in · 8 · che è la · 3ª · figura ne viene · 4 · et · 4 · è la 2ª ·
che ti mãcaua 2 4 · 8 · 16 ·

Se di .4. quãtità proportionali simili geometriche la .2.a 3.a 4.a si fussin note, trouerrai la p.a che ti mãca multiplicãdo la 2.a cõ la .3.a partẽdo per la .4.a essempo .4. 8. 16.
multiplica .4. via .8. fa 32. parti in .16. che è la quarta, ne viene .2. et .2. è la prima figura, che ti mancha

2 . 4 . 8 . 16 .

Et la pruoua di q.e proportioni è, che multiplicati .2. n.ri del mezo fra loro, fanno la medesima somma ò, uero il medesimo n.ro, che multiplicat in loro, i. 2. estremi, essempio, 2 . 4 . 8 . 16 multiplica .2. via .16. fa 32. che sono gli estremi, et qlli del mezo, che sono 4. et .8. multiplicati insieme fanno .32. come gli estremi, et cosi fa simil regola nella discõtinoua essempio, 2 . 6 . 9 . 27 da .2. à .6. è Tripla, et da .9. à .27. è tripla, et multiplicati, come di sopra i, duoi estremi insieme, et i, due mezi fanno un medesimo n.o che è 54. et cosi in infinito

Finis        il fine

Le c d brus Jeus de Jannes
Laz nuve ung vent gravantt

Le c d bruis Jeus

a b c d e f g h
i k l m n o p q
r s t v u v s

3 5 7 9
16 12 9 25 49 81 90 100
28 66 36 30 56 64 120 190
49 121 225 361

Lorenzo mio honorando piu giorni sono

Exaudi deus orationem meam cum deprecor: a timor

Rdo Pater salue la fidelissima seruitu S.re terrò

Molto Rdo mio Anto dopoi la partita di Roma di v. s. mai ho inteso noua alcuna da lui, io la priego per quello amor portate a un fidelissimo seruo suo qal sono io Marchiono de marchioni

Exaudi deus orationem meam cum deprecor a timore inimici eripe animam meam: Protexisti me deus a conuentu malignantium: et a multitudine operantium iniquitatem. quia exacuerunt

Amantissimo mio dal fratello m. franco priego. v. s. mi mandi il mio liuto disgratiato per che n'ò di bisogno et poi mi comandate e subito laro adoperato uelo rimanderò che lo teniate quanto aun